







XI
CEV

# GEOMETRIA MOTUS

## OPVSCVLVM GEOMETRICVM

A'

*IOANNE CEVA MEDIOLANENSI*

In gratiam Aquarum excogitatum.

CONTINET DVOS LIBROS

Primum de Simplici Motu,

Alterum de Composito.

BONONIÆ, M.DC.XCII.

Typis HH. Antonij Pisarij. Superiorum permissu.

# SERENISSIMO
# MANTVÆ DUCI
# FERDINANDO
# CAROLO.

*ITerum, Serenissime Princeps, tuis aduolutus genibus opusculum exhibeo, in quo naturam motuum, pleniori methodo, quàm puto antea sit actum, geometricè exequor. Necesse habui hæc præmittere, quò viam aperirem, & quodammodo alueum sternerem aquarum doctrinæ, quarum argumentum vtilissimum, & profundæ indaginis iam diu meditor. Quam arduum sit, & per quas salebras eundum, vt nouum aliquid luce dignum e latebris naturæ eruatur vtinam Celsitudini tuæ aliquis veritatum non vulgarium indagator fidem faceret; scio equidem, & laboris improbitas tangeret benignissimum animum tuum, & simul naturæ ingenium suspiceres, quæ mentibus aliquorum vim inuentricem inseruit, vt eorum iugi cogitatione humanis vsibus prouide-*

*ret,*

*ret. Et verò (si in hoc genere de me quidquam confiteri decet) nisi aduersæ valetudinis experimento prudentior factus indolem meam huiuscemodi studijs intemperanter addictam aliquot ab hinc annis compescuissem; nec non quotidie munus à Celsitudine Tua summo cum honore & beneficentia demandatum (adeo vt hoc etiam nomine Te seruatorem meum appellare possim) inde me reuocasset; eorum, credo equidem, ponderi, assiduæque contemplationi succumbere necesse erat. Vnde autem, (Celsissime dux, huic scientiæ tanta vis, vt quos sibi semet adiunxerit, nonnisi altiori ratione queat a se ipsa dimittere? An quod fortasse vbi animus publicæ vtilitati deseruire cæperit, veluti in naturæ concilium admissus, sui quodammodo oblitus, propriam humilioremque sedem reuisere dedignetur; an quia, cùm inter cæteras scientias Geometria demonstrationem, hoc est veritatem sinceram, & quandam primi veri particulam profiteatur, hinc nescio quid diuinum habent sibi propositũ, vnde nonnisi Deo impellente, vbi nimirum officia, potiorque ratio id postulant, ab eius intuitu retrahatur. Hoc equidem puto; atque hinc diuina Geometria iure optimo a doctissimis, & clarissimis viris passim nuncupatur. Quamobrem nemo non eam suspiciat, eiusque cultores oppidò diligat; ob eamque causã huic etiam qualicunque opusculo benignè annuas spero, adeo vt iam Te in terris Dominum, Altorem, Seruatorem, Patronumque appellare non dubitem, quam vnà cum Celsissima domo mihi, tot tibi nominibus deuincto, superi vt seruent sospitentque, enixè oro, ac omnibus votis exopto.*

*Serenissimæ Celsitudinis Tuæ*

*Humillimus, & Obsequentissimus Seruus*
Ioannes Ceua.

# GEOMETRIA MOTVS.

## DEF. I.

CVrrat mobile ab A in D secundùm rectam AD, & linea BHI sit naturæ illius, vt deductis ad AD perpendicularibus AB, CH, DI ex punctis quibuscunque A, C, D; velocitatum gradus, quos mobile sortitur in ijsdem punctis A, C, D mensurentur ab ipsis rectis AB, CH, CI. Figuram planam BADIHB apellabimus genesim motus ab A in D. *Tab. 1. Fig. 1.*

## DEF. II.

IIsdem manentibus, sit etiam alia linea EFG talis naturæ, vt protractis rectis BA in E, HC in F, & ID in G habeat DG ad CF eandem reciprocè rationem, quam HC ad ID. Item sit CF ad HE vt reciprocè BA ad HC, vocabimus figuram planam ADGFEA imaginem temporis motus ab A in D iuxta genesim prædictam. *Tab. 1. Fig. 2.*

## DEF. III.

ADhuc posita illa genesi, intelligatur linea PON eius naturæ, vt si sit KL ad LM vt tempus lationis ab A in C ad tempus ab eodem C in D, habeat semper KP ad LO eandem rationem, quam AB ad CH; & LO ad NM eandem, quam HC ad ID: Figuram planam PKMNOP *Tab. 1. Fig. 3.*

vocabimus imaginem iuxta genesim BADI motus ab A in D.

### *Corollarium.*

*Patet, cum motus sunt æquabiles, geneses, & imagines figuras esse parallelogrammas.*

### DEF. IV.

Tab. 1. Fig. 4. SI sint duæ geneses, aut imagines ABCD, FEG, ita vt cum geneses sint, habeat AB ad FE eandem rationem, quam velocitas in A ad velocitatem in F, & cum imagines velocitatum, quarum tempora AD, FG, velocitas, quam habet mobile instanti A ad velocitatem alterius mobilis instanti F, sit vt AB ad FE, & demum ipsis figuris vt imaginibus temporum consideratis habeat velocitas in A ad velocitatem in F rationem eandem, quam AB ad FE, vocabuntur tum geneses illæ, cum imagines inter se homogeneæ.

### DEF. V.

EAm planam Figuram, in qua ductæ quoteunque ęquidistantes eò deinceps decrescunt, quò ad idem extremum propiores fiunt, acuminatam nuncupabimus.

### DEF. VI. AX. I.

INter maximam, & minimam eiusdem imaginis velocitatem cadit quædam media, qua tantùm velocitate, si conciperetur motus æquabilis, nihilominùs eodem tempore idem spatium curreretur, ac iuxta imaginem propositam: eam ergo mediam velocitatem dicimus propositæ imaginis æquatricem.

AX.

## AX. II.

SPatium iuxta imaginem velocitatum quamcunque exactum, vel iuxta æquatricem imaginis est maius eo spatio, quod curreretur eodem tempore minima eiusdem imaginis velocitate; sed minus eo, quod velocitate maxima.

## AX. III.

TEmpus, quo curritur spatium iuxta quamlibet temporis imaginem, maius est eo, quo idem spatium curreretur maxima velocitate, sed contra minus eo altero, quo ipsum spatium minima velocitate exigeretur, earum videlicet, quæ sunt in genesi, aut imagine velocitatum propositi motus, cuius nempe illa est imago temporis. Fit ergo, vt tempus æquale ei, quo illud ipsum spatium curreretur iuxta propositam imaginem, sit inter vtrumque dictorum temporum maximi, & minimi.

## AX. IV.

QVæcunque excogitetur figura plana, vel est parallelogrammum, vel acuminata figura, aut ex his compositum. Has tamen figuras inter binas volumus parallelas, ita vt vnum latus sit ipsas nectens normaliter parallelas, quanquam etiam loco parallelarum possint esse puncta, nempè vbi desinunt in acuminatas prorsus figuras.

## PROP. I. THEOR. I.

TEmpora, quibus duo motus complentur sunt in ratione imaginum homogenearum ipsorum temporũ. *Tab. 1. Fig. 5.*

Motus sint primò æquabiles, curratque mobile spatium AB tempore, cuius imago CAB, curratur item ab alio mobili spatium DE tempore, cuius imago DEF, & sint ipsæ temporum imagines interse homogeneæ, scilicet FD ad AC eandem habeat rationem, quam velocitas in A ad velocitatem in D. Dico, tempus per AB ad id per DE esse vt figura ABC, ad DEF. Cum motus æquabiles sint erunt figuræ dictarum imaginum rectangula, propterea illorum ratio componetur ex rationibus altitudinum AB ad DE, & basium AC ad DF, ex iisdem verò rationibus spatiorum scilicet, & reciproca velocitatum (sunt enim imagines inter se homogeneæ) nectitur etiam ratio temporum, quibus percurrũtur ipsa spatia AB, DE iuxta geneses imaginum ACB, DEF, ergo est eadem ratio inter illa tempora, ac inter imagines suas.

*Def. 4. huius.*

*Cor. Def. 3. huius.*

*Gal. pr. 5 de motu æquab.*
*Def. 4. huius.*

*Tab. 1 fig. 6.*
*Def. 5. huius.*

*Cor. Def. 3. huius.*

2. Sit motus vnus æquabilis, alter verò quicunque; sit tamen imago huius temporis figura acuminata vt ALGE, & alterius temporis prædicti motus æquabilis, sit HFM, quæ rectangulum erit: Dico, imaginibus homogeneis existentibus, fore inter has eandem rationem, ac homologè inter tempora decursuum ab A in E, & ab F in M iuxta geneses imaginum temporum propositarum. Si enim non est ita, sit quædam alia magnitudo Y, maior, vel minor imagine acuminata ALGE, quæ ad imaginem FHM habeat eandem rationem, quam tempus per AE iuxta imaginem ALGE ad tempus per FM iuxta imaginem alteram FHM; sit verò magnitudinis Y differentia ab imagine magnitudo Z. Secetur AE bifariam in C, pariterque segmenta AC, CE bifariam in B, D, & sic vlteriùs progrediatur, donec, si compleatur rectangulum postremum, & maximum DG, hoc minus existat quam Z. Tum ductis reliquis æquidistantibus CI, BK, & à punctis N, I, K, L alijs etiam æquidistantibus rectæ AE, efficiatur ipsi ALGE circumscripta figura, constans ex rectangulis æquealtis AK

BI,

BI, CN, DG, & inſcripta compoſita ex rectangulis inter ſe pariter æquealtis BL, CR, DI, EN. Cum circumſcripta figura differat ab inſcripta exceſſu, quo rectangulum DG ſuperat BL; (nam reliqua circumſcripta AK, BI, CN, reliquis inſcriptis æqualia ſunt) ſequitur, exceſſum illum eſſe minorem magnitudine Z. Si ergo magnitudo Y ponatur maior magnitudine ALGE pro exceſſu Z, maior etiam erit circumſcripta AK, BI, CN, DG. Quòd ſi contrà Y intelligatur minor ipſa ALGE ex defectu Z, erit quoque eadem Y minor, quàm inſcripta figura BL, CK, DI, EN. Itaque nunc, ſi fieri poteſt, ſit Y maior magnitudine ALGE per ipſum exceſſum Z, & intelligantur tot motus, quot ſunt rectangula in circumſcripta figura, ſcilicet ſint ipſi motus ab A in B, à B in C, à C in D, & à D in E ſecundùm deinceps, temporum imagines AK, BI, CN, DG rectangula, quæ ſint interſe, & propoſitis imaginibus homogeneæ, qui motus erunt propterea æquabiles. His poſitis, tempus per FM iuxta imaginem MH ad tempus per AB iuxta imaginem rectangulum AK eandem habet rationem, quam rectangulum MH ad rectangulum AK, ſimiliter idem tempus per FM ſecundùm ipſam imaginem rectangulum MH ad ſingula reliqua tempora per BC, CD, DE imaginibus deinceps rectangulis BI, CN, DG habet eandem rationem, quam rectangulum MH ad ſingula eodem ordine rectangula BI, CN, DG. Quo circa totidem rectangula ex MH, quot ſunt illa, ex quibus conſtat circumſcripta figura, habebunt ad ea ipſa circumſcripta rectangula, ſeu ad eandem circumſcriptam figuram AK, BI, CN, DG eandem rationem, quam totidem tempora eiuſdem imaginis MH ad ſimul tempora, quorum imagines ſunt illa ipſa circumſcripta rectangula AK, BI, CN, DG. Quare etiam vnicum rectangulum MH ad circumſcriptam figuram AK, BI, CN, DG erit in eadem ratione, in quo vnicum tempus per FM iuxta imaginem MH ad omnia ſimul illa tempora iuxta

*Cor. Def. 3. huius.*

*Ex præmiſſa parte.*

*Euang. Torric. lem. 18. in libro de dim. parabolæ.*

imagines, quæ ſunt dicta circumſcripta rectangula. Et quoniam figura imaginis eſt acuminata, habetque vi def. 2. huius, applicatas, quæ ſunt in ratione reciproca velocitatum, quibus nempe mobile afficitur in punctis ſpatij, à quibus deducuntur ipſæ applicatæ; hinc fit, vt earum velocitatum, quas mobile habet in decurſu rectæ AB, ea, quę in A maxima ſit, & quæ in B minima. Eodem modo iuxta reliquas imagines BKIC, CIND, DNGE, quæ itidem acuminatæ ſunt, velocitates in fine decurſuum C, D, E ( ſunt enim omnes versùs A acuminatæ ) minimæ erunt, & maximæ initio dictorum ſpatiorum. Ideo tempora, quę impenduntur iuxta illas imagines, ſeu ipſam imaginē ALGE, cuius illæ ſunt omnes partes, minora erunt temporibus, quæ decurrerent, ſi illi decurſus forent æquabiles ex minimis illis velocitatibus exacti, vel quod in idem recidit, ſi illi decurſus eſſent iuxta imagines rectangulorum circumſcriptorum AK, BI, CN, DG; itaque rectangulum MH ad figuram circumſcriptam AK, BI, CN, DG habebit minorem rationem, quàm tempus per FM imagine MH ad tempus per AE imagine ALGE, ſeu quàm rectangulum MH habet ex hypotheſi ad magnitudinem Y; igitur circumſcripta figura, quæ priùs minor oſtenſa fuit magnitudine Y; nunc maior concluditur; quod cum ſit abſurdum, ſequitur falsò nos poſuiſſe magnitudinem Y maiorem; quàm ALGE. At ſi Y minor ponatur, quā magnitudo ALGE defectu Z; inſcripta, vt ſupra, figura conſtante ex rectangulis æquè altis BL, CK, DI, EN, vt ſcilicet differentia ab imagine ſit minor magnitudine Z, liquebit, magnitudinem Y minorem eſſe inſcripta figura BL, CK, DI, EN; deinde procedendo vt ſupra, inueniemus rectangulum MH ad inſcriptam figuram BL, CK, DI, EN in eadem ratione, in quo tempus per FM imagine MH ad omnia ſimul decurſuum tempora per AB, BC, CD, DE iuxta imagines rectangula inſcripta BL, CH, DI, EN; Hæc verò tempora

*Ax. 3. huius.*

mi-

minora ſunt temporibus iuxta imagines ALKB, BKIC, CIND, INGE (nam velocitates initio decurſuum per dictas rectas diximus eſſe maximas, & quibus conſiderã-tur illi motus æquabiles ſecundùm imagines ipſa illa rectangula inſcripta) ergo rectangulum MH ad inſcriptam figuram BL, CK, DI, EN habebit maiorem rationem, quã tempus per FM iuxta imaginem MH ad tempora ſimul imaginibus ALKB, BKIC, CIND, DNGE, ſiue ad tempus iuxta imaginem ALGE ex illis compoſitam. Ideoque rectangulum MH ad ipſam inſcriptam figuram habebit maiorem rationem, quàm ad magnitudinem Y, idcirco Y, quæ minor oſtenſa fuit inſcriptà figura BL, CK, DI, EN, nunc hac alia via maiorem inuenimus; ergo cum rurſus hoc ſit abſurdum, neceſſe eſt magnitudinem Y neque minorem eſſe magnitudine ALGE, propterea æquales inter ſe erũt, atque adeo tempus per FM imagine MN ad tempus per AE imagine ALGE habebit eandem rationem, quam imago MH ad imaginem ALGE. Quod &c.

3. Imagines propoſitæ ſint duæ acuminatæ. Dico nihilominus, tempora iuxta illas imagines per AE, HI eſſe vt ipſæ imagines ALGE ad HIK, quæ ſint inter ſe homogeneæ vt ſemper ſupponetur. Nam ſi intelligatur alius motus per MF iuxta imaginem rectangulum MFN, qui æquabilis erit, manifeſtum eſt ex ſecundo caſu, tempus per AE iuxta imaginem ALGE ad tempus per FM iuxta imaginẽ rectangulum MH, habere eandem rationem, quam imago ALGE ad imaginem rectangulum MH; & ſimiliter tempus per FM imagine rectangulum MN ad tempus per HI iuxta imaginem HKI habet eandem rationem, quam imago NM ad imaginem HKI, ergo ex æquali tempus per AE ad tempus per HI ſecundùm imagines propoſitas erit vt imago ipſa ALGE ad imaginem HKI. Quod &c. *Tab. 1. Fig. 7.* *Cor. Def. 3 huius.*

4. Demum imagines ſint quæcunque, modò ſint homogeneæ, ADFB, GHKL: Dico rurſus inter ſe eſſe vt tem- *Tab. 1. fig. 8.*

pora

pora per AB, AK iuxta ipsa imagines. Vel enim hæ imagines sunt simplices, hoc est tantùm parallelogrammę, aut tantùm acuminatæ, & tunc supra ostendimus propositum, quemadmodum etiam si vna acuminata, altera parallelogramma; vel non sunt huiusmodi & componentur ex illis.

*Ax.4.huius.* Sint ergo in imagine ADFB partes ab æquidistantibus distinctæ ADEN, OFB acuminatæ & NEFO paralellogrammum, erunt hæ procul dubio inter se, totique imagini homogeneæ; sint pariter in alia imagine partes GHCM, MCKL, per æquidistantem MC distinctæ inter se acuminatæ, quæ itidem inter se, & imagini, cuius sunt partes, homogeneæ erunt. His acceptis, quoniam tempus per AN iuxta imaginem ADEN acuminatam ad tempus per HC iuxta aliam imaginem item acuminatam HGMC, habet eandem rationem, ac imago ADEN ad imaginē GHCM. similiter tempus per HC iuxta imaginem GHCM ad tempus per CK iuxta imaginem acuminatam MCKL est vt illa ad hanc imaginem; componendo, inde per conuersionem rationis, & conuertendo, tempus per HC secundùm imaginem GHCM ad tempora simul per HC, CK, quorū imagines GHCM, MCKL, hoc est ad tempus per HK iuxta imaginem GHKL habebit eādem rationem, quam imago GHCM ad imaginem GHCL; & ideo ex æquali tempus per AN, cuius imago ADEN, ad tempus per HK, iuxta imaginem GHKL, erit in eadem ratione, in qua est imago ADEN ad imaginem GHKL. Præterea tempus per AN iuxta imaginem ADEN ad idem ipsum tempus habet eandem rationem, quam imago ADEN ad eandem ipsam; tempus per NO iuxta imaginem rectangulum NEPO ad tempus prædictum per AN est in eadem ratione imaginū NEPO ad ADEN, & similiter tempus per OB iuxta imaginem OPFB habet ad tempus per AN eandem rationem, ac imago OPFB ad imaginem sæpè dictam ADEN; itaq; ex lem.18. Toric. in lib. de dim: parabolæ, erunt tria tēpora per AN,

*Def. 4.huius.*

*Def: 4.huius.*

*Ex tertia parte huius.*

*Ex 2.parte huius.*

AN, NO, OB iuxta imagines deinceps ADEN, NEPO, OPFB, hoc eſt erit tempus per AB iuxta imaginem ADFB ad ſimul tria tempora per AN iuxta eandem imaginem ADEN, vt imago ADFB ad triplum imaginis ADEN, & cum tria æqualia tempora per AN ad vnicum ex illis ſit vt triplum imaginis ADEN ad vnicam imaginem; ſequitur ex æquali tempus per AB ad tempus per AN iuxta imaginem ADEN habere eandem rationem, quam imago ADFB ad imaginem ADEN: & oſtenſum fuit tempus per AN iuxta imaginem ADEN ad tempus per HK iuxta imaginem GHKL habere eandem rationem, quam imago ADEN ad imaginem GHKL, ergo rurſus, & tandem ex æquali, tempus per AB iuxta imaginem ADFB ad tēpus per HK iuxta imaginem GHKL habebit eandem rationē, quam imago ADFB ad imaginem GHKL. Quod &c.

*Corollarium.*

*Hinc colligitur, ſi prima magnitudo ad ſecundam fuerit vt tertia ad quartam, item alia prima ad aliam ſecundam vt alia tertia ad aliam quartam, & ſic vlterius quoad viſum fuerit, ſint præterea omnes primæ, item omnes tertiæ interſe æquales, conſtat, inquam, primarum vnam ad omnes ſecundas habere eandem rationem, ac vna tertiarum ad omnes quartas.*

## PROP. II. THEOR. II.

Spatia, quæ curruntur iuxta quaſcunque homogeneas velocitatū imagines, ſunt interſe, vt eædem illæ imagines. Sint primùm motus æquabiles, curraturque ſpatium AB iuxta imaginem velocitatum, quæ rectangulum erit ILMK, ſpatium verò DE tranſigatur iuxta imaginem prædictæ homogeneam rectangulum FHNG ( nam erunt *Tab. 1, Fig. 9. Cor. Df. 3. huius.*

homogeneæ ipſæ imagines, ſi vt ex Def. 4.huius IL ad HF erit vt velocitas inſtanti I ad velocitatem mobilis inſtanti F) Dico ſpatium AB ad DE eſſe vt imago rectangulum ILMK ad imaginem rectangulum FHNG. Componuntur ipſa illa rectangula ex ratione altitudinum IK ad FG, & ex ea baſium IL ad FH; verùm ex ijſdem, ea nempe temporũ IK ad FG, atque ea velocitatum IL ad FH componitur etiam ratio ſpatiorum AB ad DE, ergo ipſa ſpatia erunt vt propoſitę imagines.

*Gal. de motu æquabili.*

*Tab. 1. fig 10.*

2. Sint nunc motus iuxta imagines, quarum altera acuminata, altera rectangulum ſit. Dico rurſus ſpatium AB, quod curritur iuxta imaginem ABCD ad ſpatium DE, quod curritur iuxta alteram imaginem, eſſe vt imago ABCD ad imaginem PHNG. Niſi ita ſit, erit alia magnitudo Y maior, vel minor imagine ABCD, quæ quidem ad alteram imaginem HPGN habebit eandem rationem, quã ſpatium AB ad DE. Sit primùm maior exceſſu Z. Circumſcribatur; vt egimus in ſecunda parte primæ huius, figura imagini ABCD conſtans ex rectangulis æquè altis, excedatque imaginem ABCD exceſſu minori, quam Z; ſit ergo circumſcripta illa AE, HF, IG, KG, quam primò facilè oſtendemus minorem magnitudine Y; nam hæc exceſſu magis diſtat ab imagine, quàm circumſcripta illa. Præterea ſi intelligantur tot motus æquabiles, quot ſunt rectãgula circumſcripta, ij nempe, qui fierent temporibus AH, HI, IK, KD iuxta deinceps imagines ipſa rectangula AE, HF, IG, KC interſe, & propoſitis imaginibus homogeneas, velocitates, quibus ijdem motus conſiderarentur, forent HE, IF, KG, DC, nimirum maximæ imaginum ABEH, HEFI, IFGK, KGCD; Cumque ita ſit, longiora ſpatia currerentur iuxta imagines rectangula circumſcripta, quàm ijſdem temporibus, imaginibuſque poſtremis, hoc eſt quã tempore AD iuxta imaginem ABCD; obidque ſpatium AB ad DE, ſeu magnitudo Y ad imaginem HPGN habebit

*Ax. 2. huius.*

bit minorem rationem, quàm omnes illæ simul imagines, seu quàm circumscripta figura AE, HF, IG, KC ad eandem imaginem HPGN; quare Y, quæ priùs ostensa fuit maior, nunc reperitur minor eadem circumscripta, quod cum fieri nequeat, impossibile etiam est magnitudinem Y maiorem esse magnitudine imaginis ABCD. Sit ergo minor, si etiam fieri potest, & defectus ipsius Y supra ABCD sit Z. Inscribatur imagini figura ex rectangulis æquealtis, vt nempe deficiat ab imagine defectu minori Z; sic enim ipsa inscripta, quæ sit AB, IE, KF, DG erit magnitudine propinquior imagini ABCD, quàm Y, ideoque Y minor erit dicta inscripta figura. Deinde, quoniam, si ponantur motus æquabiles, quorum imagines rectangula inscripta HB, IE, KF, DG, quæque inter se, & propositis imaginibus sint homogeneæ; velocitates, quibus efficerentur dicti motus, essent AB, IE, KF, DG, minimæ scilicet imaginum ABEH HEFI, IFGK, KGCD, & ideo spatia, quæ percurrerentur temporibus HA, HI, IK, KD imaginibus illis, maiora essent, quàm quæ iisdem temporibus transigerentur iuxta imagines prædictis rectangula circumscripta, hinc fit vt spatium AB ad DE, seu magnitudo Y ad imaginē HPGN habeat maiorem rationem, quàm inscripta figura ad eandem imaginem HPGN; quare Y, quæ minor erat inscripta figura, modò resultat maior, non ergo Y minor esse potest imagine ABCD, sed neque maior vt ostendimus, ergo spatium AB ad DE erit, vt imago ABCD ad imaginem PHNG. Quod &c.

*Cor. pr. 1. huius.*

*Ex. 2 huius.*

3. & 4. Si verò imagines acuminatæ sint, aut demum quæcumque, eodem prorsùs modo, quo prima propositione, ostendemus hoc etiam propositum, ergo patet omne intentum.

## *Scholium.*

*Cum prorsùs geometricè ostenderimus superiores duas propositiones, vtilissimum est obseruare, quomodo liceat vti temporis instantibus, non vt punctis prorsùs geometricis, sed vt quantitatibus dicam minoribus quibuscunque datis. Hinc oritur indiuisibilium methodus, quæ intelligentiam affert faciliorem, ac si rigori geometrico penitus insisteremus, quamquam ea tamen difficiliores Geometras mihi magis decere videantur.*

## PROP. III. THEOR. III.

*Tab. 2, Fig. 1.* SPatia, quæ curruntur iuxta quaslibet homogeneas velocitatum imagines, nectuntur ex rationibus temporum, ac æquatricum.

Velocitates æquatrices duorum motuum, quorum imagines velocitatum sint ABCD, EFHI ponantur AG, EL. Dico spatia, seu ipsas imagines componi ex ratione temporum AD ad EI; & ex ea æquatricum AE ad EL. Nam si motus, qui est iuxta imaginem ABCD perseueret velocitate AG, esset quidem æquabilis, idemque spatium illa velocitate, & tempore AD percurreretur, ac secundùm imaginem ABCD; Itaque existente rectangulo DE, quod esset imago velocitatum illius motus æquabilis, foret idem æquale imagini ABCD (nam imagines ABCD, & DG homogeneæ sunt) eodem modo imago rectangulum VL æquale esset imagini EFHI. Cum ergo duæ imagines rectangula DE, IL componantur ex rationibus temporum AD ad EI, & ex ea æquatricum AG ad EL; ex ijsdem prorsùs rationibus etiam imagines propositæ prædictis rectangulis æquales nectentur. Et ideo spatia, quæ propositis imaginibus transiguntur, quæque ipsis proportionalia

*Def. 6. Ax. 1.*

*Cor. 3. Def. 3. huius.*

*Pr. 2. huius.*

sunt,

sunt, componentur ex rationibus temporum, & ex rationibus æquatricum.

## *Corollarium I.*

*Hinc patet si lineæ, quæ in imagine velocitatum tempus exhibet, aplicetur rectangulum æquale propositæ imagini velocitatum, fore vt latitudo eiusdem rectanguli, sit velocitas æquatrix propositæ imaginis.*

## *Corollarium II.*

*Item constat, vbi tempora, vel æquatrices velocitates fuerint æquales, rationem spatiorum esse eandem, quæ æquatricum, vel quæ temporum.*

## *LEMMA.*

*Si qualibet ratio composita sit ex quotcumque rationibus, harum qualibet nectetur ex proposita, & ex reliquis contrariò sumptis rationibus. Sit A ad B composita ex rationibus E ad F; G ad H; & I ad K. Dico quamlibet istarum puta G ad K constare ex rationibus A ad B, & ex reliquis reciprocè sumptis F ad E, & I ad K. Vt E ad F, ita sit A ad C, & vt D ad B sic I ad K; erit C ad D, vt G ad H; ideoq; C ad D, hoc est G ad*

| | | |
|---|---|---|
| *A* | *E* | |
| *C* | *F* | *I. K* |
| *D* | *G* | |
| *B* | *H* | |

*H nectetur ex C ad A, seu F ad G, & ex rationibus A ad B, B ad D, siue K ad I. Quod &c.*

PROP.

## PROP. IV. THEOR. IV.

Tempora, quibus abſoluuntur duo motus componuntur ex ratione ſpatiorum, & ex reciproca æquatricum. Cum enim ſpatia componãtur ex ratione temporum, & ex ea velocitatum æquatricum, ſequitur per prædictum Lemma, quòd tempora nectantur ex rationibus ſpatiorum, & reciproca æquatricum. *Pr. 3. huius.*

### *Corollarium.*

*Manifeſtum eſt ſpatia, vel æquatrices velocitates, ſi ſint æquales, eſſe tempora in reliqua ratione reciproca æquatricum, vel ſpatiorum non reciproca.*

## PROP. V. THEOR. V.

Æquatrices velocitates componuntur ex rationibus ſpatiorum, & reciproca temporum.

Cum ſpatia componantur ex rationibus temporum, & velocitatum æquatricum, manifeſtum eſt ex eodem Lemmate, velocitates ipſas necti ex rationibus ſpatiorum, & reciproca temporum.

### *Corollarium.*

*Deducitur, æquatrices velocitates eſſe vt tempora reciprocè ſumpta, vel vt ſpatia, ſi altera ratio fuerit æqualitatis.*

## D E F. VII.

*Tab. 2. Fig. 2.* SI in geneſibus homogeneis AEC, GFK exiſtente AB ad BC ſicut GI ad IK, habeat AE ad BD eandem ratio-

tionem, ac GF ad IH, motus, qui fiunt iuxta illas geneses, vocentur inter se similes, & ipsæ geneses dicentur similium motuum; quod verò attinet ad rectas AE, BD, GF, IH apellabimus applicatas ad homologa puncta A, B, G, I proportionales.

## PROP. VI. THEOR. VI.

SI in imaginibus temporum homogeneis, applicatæ vnius fuerint ad homologa puncta, proportionales applicatis alterius imaginis, motus, quorum sunt ipsæ imagines, similes erunt.

Imagines temporum sint &MLABC, &ONGIK, quæ *Tab.2.fig.3.* sint homogeneæ, & cum GI ad IK sit vt AB ad BC, habeat quoque AL ad BM eandem rationem, ac GN ad IO. Dico, motus, quorum sunt illæ imagines temporum inter se similes esse.

Sint apud ipsas imagines eorundem motuum geneses, scilicet EAC, FGK inter se homogeneæ. Existente AL ad BM, vt GN ad IO, erit conuertendo BM ad AL vt IO ad GN; sed vt BM ad AL ita ob genesim EA ad DB, & vt IO *Def.2.huius.* ad GN, sic FG ad HI. ergo EA ad DB est vt FG ad HI, erat autem vt AB ad BC ita etiam GI ad IK, ergo motus sunt *Def.7.huius.* similes, & ipsæ imagines similium motuum.

## PROP. VII. THEOR. VII.

SI in imaginibus velocitatum vnius, applicatę fuerint ex punctis homologè sumptis proportionales applicatis *Tab.2.fig.4.* alterius imaginis, motus iuxta ipsas imagines erunt similes, ideoque ipsæ imagines similium motuum.

Velocitatum imagines sint ABCD, NPRT, sitque AB ad EF in eadem ratione, in qua NP ad TR; Dico existentibus etiam BF ad FC, vt PQ ad QR esse propositas imagines similium motuum. Intelligantur eorundem motuum ge-

geneses GHKL, YZ 43. & sit pariter HI ad IK, vt segmentum ABFE ad EFCD Sit similiter Z ✠ ad ✠ 4 vt segmentum NPQV ad VQRT, ductisque applicatis IM, QV, manifestum est, vt velocitas AB æqualis est velocitati GH, sic EF æqualem fore ipsi IM; nam quia spatium transactũ iuxta imaginem ABFE ad spatium transactum imagine EFCD est vt illa ad hanc imaginem, nempe vt HI ad IK, *Pr. 2. huius.* erit mobile instanti F in puncto I, & ideo inibi erit velocitas eadem, quam habet mobile instanti F, scilicet æquales erunt EF, IM. Eodem modo erunt æquales QV, ✠ 2, & sunt etiam æquales NP, YZ, ergo sicut se habet AB ad EF, ita erit GH ad MI, & vt est NP ad VQ ita erit YZ ad 2 ✠ Præterea concipiatur figura OPRSXO similis ipsi ABCD, scilicet sit CB ad PR vt AB ad OP, vel ( cum sint BF ad FC ita PQ ad QR ) vt EF ad homologam XQ, erit segmentum ABFE ad sibi simile segmentum OPQX in duplicata ratione laterum homologorum EF ad XQ, & item in eadẽ duplicata ratione erunt interse similia segmẽta EFCD ad XQRS, sed cum etiam OPQX segmentum ad NPQV, & XQRS ad segmentum VQRT sint in eadem ratione eiusdem QX ad QV, erit ex æquali segmentum ABFE ad segmentum NPQV, vt segmentum EFCD ad VQRT, & permutando, segmentum ABFE ad segmentum EFCD habebit eandem rationem, ac segmentum NPQV ad VQRT scilicet erit HI ad IK vt Z ✠ ad ✠ 4, ob idque constat genesium applicatas vnius proportionales esse applicatis alterius, quare similes motus erunt, qui fiunt iuxta imagines velocitatum propositas.

## PROP. VIII. THEOR. VIII.

Spatia, quæ curruntur similibus motibus sunt in ratione composita temporum, & homologarum velocitatum, interquas sunt extremæ, aut primæ.

Ima-

Imagines velocitatum similium motuum sint BCDE, GMKI, & iuxta eas percurrantur spatia A, F. Dico ista componi ex rationibus temporum BE ad GI, & ex ea velocitatem extremarum ED ad IK. Fiat vt BE ad GI, ita BC ad GH, intelligaturque GHLI figura similis ipsi BDE. Quoniam spatium A ad F, hoc est imago BCDE ad imaginem GMKI componitur ex ratione imaginis BCDE ad figuram sibi similem GHLI, & ex ratione huius ad imaginem GMKI: prior ratio est duplicata homologorum laterum BE ad GI, seu est composita ex BE ad GI, & ex huic simili ratione ED ad IL, & ratio altera, imaginis scilicet GHLI ad imaginem GMKI est, vt LI ad IK; ergo ex æquali imago BCDE ad imaginem GMKI, hoc est spatium A ad spatium F, componetur ex ratione temporum BE ad GI, & ex rationibus ED ad LI, & IL ad IK, scilicet nectetur ex ratione BE ad GI, & ED ad IK, quæ postrema cum sit ratio velocitatum extremarum ED ad IK; constat, quod proposuimus, spatia similium motuum componi ex ratione temporum, & ex ratione homologarum velocitatum, hoc est extremarum. *Tab. 2. Fig. 5.* *Pr. 2. huius.*

## Corollarium.

*Si tempora fuerint æqualia, similium motuum spatia erũt vt extremæ, vel summæ velocitates, & contra, si istæ æquales sint, erunt spatia vt tempora.*

## Corollarium II.

*Cum spatia similium motuum nectantur ex ratione temporum & ex ea velocitatum summarum, seu earum, quæ sũt ad instantia similiter sumpta in rectis BE, GI, constat ex lem: infra cor. 2. pr. 3. huius tempora componi ex rationibus spatiorum similium motuum, & ex reciproca dictarum* ve-

*velocitatum. Ex eadem ratione patet esse velocitates summas, vel homologas vti diximus in ratione composita dictorum spatiorum, & ipsorum temporum.*

## Corollarium III.

*Quare si altera de duabus componentibus æqualis fuerit, reliqua tantùm computanda erit.*

## Scholium.

*Hinc emergit omnis ferè doctrina grauium cum descendus prorsus libera, aut super planis inclinatis ad horizontem: nec accidit veritates iam patefactas huc rursus lectoris tædio afferre, sed libcat potius, rationem metiendarum imaginum, quamuis longitudine immensarum, nostra methodo exponere.*

## DEF. VIII.

*Tab. 2. Fig. 6.* Sint inter binas parallelas AB, GH, et IK, PQ planæ figuræ ABHG, IKQP, & in altera earum ducta altitudine RV, sint inter se ipsæ figuræ talis naturæ, vt cum sit GABH ad segmentum EABF factum per æquidistantem ipsi GH sicut VR ad RT, verificetur semper (ducta æquidistanti NTO ipsi PQ) esse GH ad EF vt reciprocè NO ad PQ. tunc huiusmodi figuras vocabimus inter se auuersas.

## Corollarium.

*Sequitur ex vi nunc allatæ deffin., lineam IK tunc esse infinitam, cum AB fuerit punctum, & ideo simul constat figuram IPQK immensam esse longitudine versùs K aut I, aut vtrinque, si nempe producerentur nunquam coituræ lineæ QP, IK.*

PROP.

## PROP. IX. THEOR. IX.

Rectangulum sub altitudine, & basi vnius auuersarum ad ipsam auuersam figuram, eandem habet ratione, ac altera auuersa figura ad rectangulum ex basi in altitudinem eiusdem huius figuræ. *Tab. 1. fig. 7.*

Sint auuersæ figuræ ACB, GFDEG. Dico rectangulum DF in DE ad figuram GFDEG, eandem habere rationem ac figura ACBA ad rectangulum AB in BC. Sint primùm ABC, FDE anguli recti, & ducta qualibet HI parallela BC, sit BAC ad HIA vt DF ad KF, erit ob naturam auuersarum KL ad DE vt BC ad HI; itaque si ponatur esse quidam motus ab F in D iuxta imaginem velocitatũ BAC, erit GFDEG imago temporis eiusdem motus; nam imago BAC ad imaginem HIA est vt spatium DF ad spatium FK & velocitas BC ad velocitatẽ HI vt reciprocè KL ad DE. Sit etiam alius motus, sed æquabilis, cuius imago velocitatum æqualis sit, & homogenea ipsi BAC, rectangulum nẽpe AB in BM, & ideo si fiat BM ad BC sicut DE ad DN, concipiaturque rectangulum FD in DN, erit hoc imago temporis dicti motus æquabilis, homogenea, & æqualis imagini GFDEG; nam tẽpora, scilicet imagines GFDEG, FD in DN rectangulum componuntur ex rationibus spatiorum, hoc est imaginum velocitatum interse æqualium, ABM, ACB, & reciproca æquatricum pariter æqualium BM, BM. Cum igitur rectangulum FD in DN æquale sit imagini, seu figuræ GFDEG, habebit eadem figura GFDEG ad rectangulum FD in DE eandem rationem, quam DN ad DE, hoc est quam BC ad BM, seu quam rectangulum AB in BC ad rectangulum AB in BM, aut ad ei æqualem figuram ABC; & conuertendo, manifestum est quod proposuimus, nempe rectangulum FD in DE ad figuram GFDEG habere eandem rationẽ, ac figura ACBA

*Def. 8. huius.* *Def. 2. huius. pr. 2. huius.* *Def. 2. huius.* *pr. 1. huius. pr. 4. huius.* *Cor. pr. 3. huius.*

ad rectangulum AB in BC. quod erat demonstrandum primo loco.

Tab. 2. Fig. 8. 2. Si verò propositæ figuræ sint quæcunque auuersæ DAE, QPLMQ poterunt hæ reuocari ad quasdam alias FKG, RSZX, quæ sint inter easdem parallelas, queis comprehenduntur propositæ figuræ, ad eo vt existentibus rectis angulis KFG, RXZ sint ipsæ binæ figuræ ab ijsdem parallelis interceptæ inter se æqualiter analogæ hoc est ductis æquidistantibus, vt visum fuerit IHBC, VTNO, sint semper interiectæ lineæ IH, BC, & VT, NO æquales: hoc modo non tantùm liquet figuras FKG, DAE, nec non RSZX, PQML æquales inter se esse, verùm etiam FKG ad IKH esse in eadem ratione, in qua QPLMQ ad QPNOQ, quamobrem ex prima parte, rectangulum ZX in RM ad figuram SRXZS, hoc est rectangulum LM in altitudinem figuræ QPLMQ ad hanc ipsam figuram habebit eandem rationem, quam figura FKG ad rectangulum KF in FG, vel quam figura DAE ad rectangulum DE in altitudinem eiusdem huius figuræ DAE; quo circa constat omne propositum.

## *Corollarium.*

*Patet in prima parte repertum esse rectangulum FD in DN æquale figuræ GFDEG, licèt hæc immensæ longitudinis sit versùs G, & ob id manifestum est, quòd quamuis aliqua figura sit sinè fine longa, non ideo semper magnitudinem habet infinitam. Et simul illud constat, vbi vna auuersarum, seu vbi imago velocitatum, aut temporis sit magnitudine terminata, etiam altera auuersarum, vel imaginum erit huiusmodi &c.* (Cor. pr. 18. huius.)

PROP.

## PROP. X. THEOR. X.

IN quouis parallelogrammo BD sint deinceps diagonales AGC, AHC, AIC, ALC, aliæque numerò infinitæ, ita vt acta quælibet recta EF parallela BA secãs ipsas diagonales in punctis G, L, H, I, sit semper DA ad AF, vt CD, aut EF ad FG; quadratum ex DA ad quadratum AF vt EF ad FH; cubus ex DA ad cubum ex AF vt EF ad FI; quadroquadratum ex DA ad quadroquadratum ex AF vt EF ad FL; & sic continuò procedendo per infinitas ex ordine potestates: Stephanus de Angelis Author subtilis, ac celeberrimus, libro suo infin. parabolarum vocat triangulum rectilineum ABC parabolam primam, BAHC secundam; tertiam BAIC, quartam BALC, & ita in infinitum: His definitis docet ex Cauallerio parallelogrammum BD ad quancunque dictarum parabolarum sibi inscriptarum esse vt numerus, vel exponens parabolæ vnitate auctus ad ipsum exponentem, siue numerum parabolę, quare ad primam habebit ipsum parallelogrammum eandem rationem, ac 2 ad 1; ad secundam vt 3 ad 2; ad tertiam vt 4 ad 3, & ita deinceps de reliquis; itaque per conuersionem rationis habebit ipsum parallelogrammum ad excessum illius supra quancunque parabolarum dictarum, scilicet ad trilineum primum AGCD eandem rationem, quam 2 ad 1, ad secundum quam 3 ad 1, & sic deinceps quam numerus trilinei vnitate auctus ad ipsam vnitatem. Sed est etiam admonendum verticem dictarum parabolarum esse punctum A, & per consequens AB diametrum, & BC ordinatim aplicatam, seu basim. *Tab. 2. Fig. 9.*

## PROP. XI. THEOR. XI.

IIsdem adhuc manentibus, idem de Angelis monstrat eodem illo tractatu pr. 3. si quæcunque ex dictis parabolis secta sit qualibet recta parallela basi BC, esse parabolam ad resectam portionem versus verticem, vt potestas basis, cuius exponens est numerus parabolæ vnitate auctus ad similem potestatem ex basi resectæ portionis; itaque in prima parabola est vt quadratum ad quadratum, in secunda vt cubus ad cubum, & sic de cæteris. Similiter si secetur quodlibet ex infinitis trilineis linea GF basi CD parallela, erit trilineum ad superius sui segmentum vt potestas ex DA, cuius exponens est numerus trilinei vnitate auctus ad similem potestatem ex AF. quare trilineum primum CAD ad GAF erit vt quadratum ex DA ad quadratum ex FA, secundum CHAD ad segmentum HAF vt cubus ad cubum, & ita in cæteris eodem ordine.

## PROP. XII. THEOR. XII.

*Tab. 3. fig. 1.* SIt modò ACD angulus rectus, & linea FE talis naturæ, vt deductis ad libitum rectis AF, BE parallelis ipsi CD, potestas ex CA ad similem potestatem ex CB sit reciprocè vt alia quædam potestas ex BE ad similem huic potestatem ex AF; patet rectas CA, CD nondum iungi cum EF, quamuis in immensum vnà producerentur. Ab hoc proprietate VVallisius & Fermatius subtilissimi authores vocauerunt curuam FE nouam hyperbolam, & eius assymptotos AC, CD. Omnes hujusmodi hyperbolæ, quæ infinitæ numero sunt, terminantur ad vnam partem magnitudine, cum hyperbola cõmunis, seu Apolloniaca sit in vtranque partem magnitudine infinita. Quod ergo eximium est, ostenderunt ipsi authores rectangulum FA in

AC

AC ad ſpatium hyperbolicum quà finitum eſt, licèt ſinè fine longum, eandem habere rationem, quam differentia exponentium poteſtatum hyperbolæ ad exponentem poteſtatis minoris. Quare ſi in hyperbola ſit vt cubus CB ad cubum CA ita quadratum AF ad quadratum BE, erit prædictum rectangulum CA in AF dimidium Spatij ſinè fine producti A & FA; at ſi quadratum CB ad quadratum CA ſit vt recta AF ad rectam BE, rectangulum ipſum CA in AF æquale erit ſpatio A & FA, quòd ſi poteſtas CA vel CB non fuerit altior poteſtate ex BE, vel AF, tunc ipſum illud ſpatium, infinitum quoque erit magnitudine, etenim nullus exceſſus exponentis prædictæ poteſtatis ex CA ſupra exponentem poteſtatis BE, habet ad numerum exponentis poteſtatis BE rationem infinitam.

## DEMONSTRATIO.

SVpradictum propoſitum habetur in commercio epiſtolico Ioannis Vallisij Epiſtola quarta, quem libellum vnà cum alijs doctiſſimis ſuis operibus Vincentius Viuianus ingens æui noſtri Geometra, antequam ſumma cum humanitate miſiſſet, eidem ipſi quadraturam vnius ex dictis hyperbolis ex noſtris principijs deductam, ac excogitatam, indicauimus. Cum verò poſtea nobis eueniſſet vniuerſaliorem ad alias hyperbolas (ſemper communi excepta) accomodatam reperiſſe, huc debemus afferre, primùm vt quendam fructum ſcientiæ huius; deinde cum dictorum authorum ipſam propoſitionis demonſtrationem non habuerimus, & demum quia ipſarum hyperbolarum menſura, ac quadratura in aquarum rationibus erunt potiſſimum ex vſu. Sit igitur BC vna ex infinitis hyperbolis, quarum aſymptoti AE, EL; Sint etiam quæcunque applicatæ AB, DC aſymptoto EL æquidiſtantes, & habeat DE ad EA eandem rationem v. g. quam cubus ex AB ad cu- *Tab. 3. Fig. 3.*

*Tab. 3. fig. 2.* cubum DC. Patet si proponeretur illi auuersa figura FGK, essetque AE ad DE vt figura GFK ad figuram IHK, esse etiam FG ad IH vt DC ad AB, est autem cubus ex DC ad cubum ex AB vt AE ad ED; ergo etiam figura FGK ad IHK (sunt enim FG, IH parallelę) habebit eandem rationem, ac cubus ex FG ad cubum ex IH: Itaque GFK erit comunis parabola, hoc est quadratica, seu secūda in serie infinitarum parabolarum, & ob id eadem GFK parabola ad rectangulum GF in FK erit vt 2 ad 3, in qua ratione se habebit quoque rectangulum BA in AE ad spatium infinitè longum & BM, et erit vt 2 ad 1; scilicet vt excessus exponentis maioris potestatis, quæ cubica est, super numerum exponentis, qui hoc casu est tantùm vnitas radicis, est ad hunc ipsum exponentem, seu vnitatem lineæ indicantem, quod concordat cum proposita dictorum authorum.

*Def. 8. huius.*

*Pr. 10. huius.*

*Pr. 9. huius.*

### *Exemplum aliud.*

*In eadem figura.*

SIt etiam cubus ex DE ad cubum ex AE, sicut quadrato quadratum AB ad quadroquadratum DC, & rursus proposita GKF auersa huius hyperbolæ: patet si sit AE ad DE vt figura GFK ad figuram IKH, esse etiam FG ad IH vt DC ad AB; cumque sit cubus ex AE ad cubum ex DE sicut quadroquadratum ex DC ad quadroquadratū ex AB, erit etiam quadroquadratum ex FG ad quadroquadratum ex IH, vt cubus ex AE ad cubum ex DE; si igitur intelligatur quædam ratio, quæ sit subduodecupla tam rationis quadroquadratorum quàm huic similis cuborum prædictorum, erit porrò FG ad IH triplicata, & AE ad ED quadruplicata eiusdem dictæ subduodecuplæ; quamobrem etiam ratio figuræ GFK ad figurā IHK, quæ esse debet vt AE ad ED, erit quadruplicata eiusdem subduodecuplæ: & ideò si ponamus FK ad KI in ratione

*Def. 8. huius.*

eiusdem subduodecuplæ, erit figura GFK illius naturæ, vt sit semper cubus ex FK ad cubum ex KI sicut GF ad IH, & hoc modo eadem illa figura erit trilineum tertium, seu cubicum, ex quo ergo sequitur, GFK ad HIK sit in eadem ratione, in qua quadroquadratum ex FK ad quadroquadratum ex KI, hoc est sit vt AE ad ED; sequiturque etiam ob hoc figuram GFK subquadruplam esse circumscripti rectanguli GF in FK; est autem vt trilineum GFK ad rectãgulum GF in FK circumscriptum, sic rectangulum ABME ad auuersam eidem trilineo figuram AB & EA, ergo rectangulum ABME subquadruplum erit eiusdem figuræ AB & EA longitudinis infinitæ, quare ipsum rectangulum erit subtriplum portionis & BM & longitudinis pariter immensæ. Cum ita sit, constat exemplo hoc quoque, eandẽ illam rationem esse excessum maioris exponentis supra minorem exponentem ad hoc ipsum, dictarum potestatũ hyperbolæ.

*Pr. 10. huius.*

*Pr. 10. huius.*

*Pr. 9. huius.*

## PROP. XIII. THEOR. XIII.

SVperior demonstratio effecta fuisset amplissima, si præponere voluissemus quadraturã vt datam omnis generis parabolarum, & trilineorum, verùm cum ista pars nõ sit plenè tradita, vt videre est quinto libro infinitarum parabolarum eiusdem de Angelis, satius ideo duximus quadraturam hyperbolarum à VValisio, & Fermatio acutissimis illis viris propositam omnino veram admittere, vt indè eam parabolarum & trilineorum vniuersalem, quam adhuc ab alijs non habemus, facillimè, compendiosèque depromeremus. Hanc igitur ita proponimus vt subinde ostendamus.

Si similes potestates applicatarum fuerint in eadem ratione, ac sunt interse potestates quædam aliæ, & eiusdem gradus diametrorum ab ipsis applicatis abscissarum vsque

ad verticem parabolarum, vel trilineorum; erit rectangulum ad parabolam sibi inscriptam vt aggregatum exponẽtium vtriusque potestatis ad exponentem altioris ipsarum potestatum parabolæ; & ad trilineum vt aggregatum exponentium potestatum trilinei ad exponentem inferioris potestatis eiusdemmet trilinei. Sic enim in exposita figura prædicta, si esset quadratum ex FG ad quadratum ex IH, sicut cubus ex FK ad cubum ex IH, esset rectangulum GF in FK ad figuram GFK ( quæ tunc foret trilineum ) vt 5 ad 2; nam vbi potestas abscissarum maior est illa applicatarum est semper GF trilineum. Simili modo, si sit vt quadratum ex FK ad quadratum ex KI ita cùbocubus ex FG ad cubocubum ex IH; hoc est si sit cubus ex FG ad cubũ ex IH, vt linea FK ad KI ( tolluntur enim vtrinque ex similibus similes rationes ) erit figura GFK parabola, ad quam sibi circumscriptum rectangulum eandem habebit rationẽ, quam 4 ad 3, & sic dicendum erit de omnibus alijs parabolis atque trilineis.

## DEMONSTRATIO.

Verùm vt propositum ostendamus, esto quælibet ex parabolis GFK, nimirum quadratocubus ex FG ad quadratocubum ex IH habeat eandem rationem, quam cubus ex FK ad cubum ex IK. Demonstro, rectangulum GF in FK habere eandem rationem ad parabolam GFK, quam aggregatum exponentium 8 ad maiorem exponentem 5. Primùm, quam rationem habet rectangulum GF in FK ad parabolam GFK, eandem habebit rectangulum HI in IK ad parabolam HIK ( hoç enim demonstrabimus infrà ) permutandoque, erit rectangulum GF in FK ad rectangulum HI in IK, vt parabola GFK ad parabolam HIK; componuntur verò illa rectangula ex rationibus GF ad IH, & FK ad IK, ergo etiam parabola ad parabolam compo-

po-

ponetur ex ijsdem rationibus; & quoniam ductis inuicem exponentibus possunt considerari quindecim rationes inter se similes, ex quibus constet tam ratio dictorum cuborum, quàm huic similis altera quadratocuborum, & tunc GF ad IH erit triplicata, et FK ad KI quintuplicata eiusdē subquindecuplæ rationis, quæ sit A ad B; ergo simul additis ijsdem rationibus, quintuplicata scilicet, & triplicata exiliet ratio octuplicata ipsius A ad B; proptereaque parabola GFK ad HIK, seu si consideremus figuram & BAEL auuersam parabolæ GFK, ita vt AE ad ED sit vt parabola GFK ad parabolā HIK; AE ad ED erit pariter octuplicata eiusdem A ad B; & cum sit ob naturam auuersarū FG ad HI vt DC ad AB; erit DC ad AB triplicata eiusdē rationis A ad B, quare vt cubus AE ad cubum DE, ita quadratocubocubus DC ad quadratocubocubum ex AB: rectangulum igitur ABME ad spatium hyperbolicum infinitè longum & BM & erit vt quinque ad tria, & ad vniuersum spatium & BAE & vt 5 ad 8, in qua nempe ratione debet esse parabola GFK ad rectangulum GF in FK. Quod &c. *Def. 8. huius.* *Pr. 12 huius.* *Pr. 9. huius.*

## *Corollarium.*

*Constat si fuerit ratio A ad B eò submultiplicata rationis applicatarum, quoties est numerus exponentis potestatis abscissarum eiusdem parabolæ, esse ipsam parabolam ad sui portionem in tam multiplicata ratione A ad B, ac est numerus aggregati exponentium ambarum potestatum parabolæ. Nam cum esset quadratocubus ex FG ad quadratocubum ex IH, sicut cubus ex FK ad cubum ex IK, proposita insuper esset A ad B, subquindecupla alterius dictarum similium rationum ex potestatibus parabolæ, ostensum fuit rationem A ad B subtriplicatam ipsius GF ad IH, & subquintuplicatam alterius FK ad KI, & tandem ostendimus parabolam GFK ad portionem*

*eius HIK esse in octuplicata ratione eiusdem A ad B; quod idem omnino diceretur si figura GFK trilineum esset. Ratio autem A ad B dicetur imposterum logarithmica potestatum parabolæ, seu trilinei, aut hyperbolæ.*

## ASSVMPTVM.

Reliquum est vt ostendamus, parabolam GFK ad portionem HIK esse vt rectangulum GF ad rectangulum HI in IK, scilicet esse in ratione composita basium, & altitudinum parabolarum, quod nempe sic ostendetur, Sit vt supra FGK parabola, eiusque portio IHK; existentibus verò applicatis FG, IH, fiat EG ad IE vt FK ad KI, sitque IE basis, et K vertex parabolę IEK similis ipsi GFK: patet propter similitudinem figurarum, esse parabolam GFK ad parabolam IEK in eadem duplicata ratione FG ad IE, in qua nempe est rectangulum GF in FK ad sibi simile rectangulum EI in IK, ob idque rectangulum GF in FK ad rectangulum EI in IK, cum sint interse vt parabola GFK ad parabolam EIK, hæc verò parabola ad ipsam IHK habeat eandem rationem, ac IE ad IH; seu ob eandem altitudinem IK vt rectangulum EI in IK ad rectangulum HI in IK, erit ex æquali parabola GFK ad parabolam HIK vt rectangulum GF in FK ad rectangulum HI in IK. Quod &c.

*Tab. 3. Fig. 2.*

## PROP. XIV. THEOR. XIV.

*Tab. 2. fig. 3.*

In quacunque hyperbola (excepta semper conica) cuius assymptoti EA, EM, si sit potestas applicatarum DC AB altior potestate abscissarum AE, ED (sic enim finita erit magnitudine secundum eam assymptoton, quæ applicatis parallela est) spatium ipsum hyperbolæ & BAE & ad sui portionem & CDE & habebit eandem rationem, ac rectangulum BAE ad rectangulum CDE, seu (assumpta

ra-

ratione logarithmica A ad B potestatum hyperbolæ) quã potestas ex A, cuius exponens est differentia exponentiũ potestatum hyperbolæ ad similem potestatem ex B.

## DEMONSTRATIO.

Qvam rationem habet rectangulum BAE ad spatium & BAE &, eandem habet rectangulum CDE ad spatium & CDE, & permutando erit rectangulum BAE ad CDE, sicut spatium & BAE & ad spatium & CDE &; si igitur in eadem proposita hyperbola sit potestas applicatarum DC, AB quintuplicata ipsius A ad B, & AE ad ED septuplicata sit eiusdem; erit septuplicata applicatarum in eadem ratione, ac quintuplicata abscissarum; scilicet quadratoquadratocubus ex DC ad similem potestatem ex AB erit vt quadratocubus ex AE ad quadratocubum ex DE, eritque sic maior potestas applicatarum, atque adeo componetur rectangulum EAB ad EDC ex septuplicata ipsius A ad B, qualis est AE ad ED, & subquintuplicata eiusdem A ad B, quæ est AB ad DC; nimirùm erit rectangulum EAB ad EDC in duplicata tantum ratione ipsius A ad B: quare spatium & BAE & ad id & CDE &, quæ sunt inter se, vt ipsa rectangula, erit vt potestas ex A, cuius exponens est differentia exponentium & S potestatum hyperbolæ ad similem potestatem ex B. Quod &c. *Pr. 12. huius.*

## PROP. XV. THEOR. XV.

Si ab exponente potestatis applicatarum hyperbolę detrahatur exponens minoris potestatis abscissarum, potestas reliqui exponẽtis erit applicatarum auuersæ figuræ, in abscissis verò adest vtrobique eadem potestas. Itaque cum in superiori hyperbola residui exponentis potestas

qua-

quadratum esset, porrò in eius auuersa esset potestas applicatarum quadratica, & abscissarum quadratocubica.

## DEMONSTRATIO.

*Tab.3.Fig.3.* ESto rursus hyperbola & BAE &, et sicut dictum est AE ad ED sit in septuplicata ratione logarithmicæ rationis A ad B, at DC ad AB in quintuplicata, videlicet quadratocubus ex AE ad quadratocubum ex DE eandem habeat rationem, ac quadratoquadratocubus ex DC ad similem potestatem ex AB; Dico in auuersa figura potestatem aplicatarum esse quadratum, cuius exponēs 2 est differentia exponentium potestatum hyperbolæ; potestatem verò abscissarum eandem esse, abscissarum eiusdem hyperbolæ. Sit vt supra FK ad KI vt hyperbola & BAE & ad & CDE &, hoc est, sit vt potestas ex A, cuius exponens est differentia exponentium potestatum hyperbolæ ad similem potestatem ex B, & ideo FK ad KI erit duplicata ipsius A ad B, sed DC ad AB eiusdem illius logarithmicæ quintuplicata; estque in hac eadem ratione etiam GF ad IH; ergo cum duplicata huius sit similis quintuplicatæ KF ad KI (nam vtraque ratio continet decies A ad B) patet, quadratum ex FG ad quadratum ex IH esse eam potestatem, quam proposuimus euenire in applicatis auuersæ, cum aliàs in abscissis sit vtrobique potestas eadem, nempe quadratocubi. Quod &c.

*Pr, 14.huius.*

### *Corollarium.*

*Patet ex noto trilineo, vel parabola FGK esse in auuersa, scilicet in hyperbola & BAE & (quæ tunc est semper magnitudine finita iuxta asymptoton EM &) potestatem applicatarū, quæ pro exponente habet summam exponentium potestatum parabolæ, aut trilinei; nam cum esset in trilineo præcedenti*

*qua-*

*quadratum ex FG ad quadratum ex IH vt quadratocubus ex FK ad quadratocubum ex IK, fuit equidem in hyperbola quadratoquadratocubus ex DC ad quadratoquadratocubum ex AB ſicut quadratocubus ex AE ad ſimilem poteſtatem ex DE, ſcilicet inuariata poteſtate abſciſarum in ambabus auuerſis. Quare ex poteſtatibus notis vnius auuerſarum facilè inoteſcent poteſtates alterius, atque etiam illius magnitudo. Nunc redeamus ad motus, nouamque adhuc methodum, quam hoc loco reſeruauimus, afferamus.*

## DEF. IX.

SIt quædam Geneſis ACBH, cuius imago temporis & DCB &; item ſit FCBK geneſis alterius motus ab eodem C in B; & actâ rectâ OIGE ipſi AFCD parallela, ponantur CD, GE loco minimorum temporum, ita vt tẽpore CD, dum mobile ex C affectum velocitate CA, currat minimum ſpatiolum indicatum per C, cui eſt æquale ſpatiolum aliud indicatum per G, quodque tranſigitur tempore GE velocitate GD (nam vt eſſent illa ſpatia in C, G æqualia, effectum fuit vt velocitas AC ad GD eandem reciprocè rationem haberet, ac tempus GE ad CD, id quod patet ex natura geneſis ACBH, & imaginis & DCB &) et hic rurſus notatu digniſſimum eſt nulli errori obnoxium eſſe, quòd æquabiles in illis minimis ſpatiolis intellexerimus motus, quamuis potius deberet videri, in iiſdem interuallis reperiri innumeras, ac inæquales velocitates, queis nempe efficerentur motus inæquabiles, quòd geneſes inæquabiles ſint. Cur iſta ſe ita habeant, hic non eſt nobis diſputandum, ego enim puto, non ex indiuiſibili velocitates aliis ſuccedere, ſed reuera minutulum temporis conſiderari debere antequam motus diuerſimodè procedat, nempe ac ſi velocitas, quæ ſuccedere debet priori, non ita ſit in promptu, aut non ita ſtatim mobile afficiat ad *Tab. 3. fig. 4.*

mo-

motum sibi proportionatum. Sed linquamus hæc alijs disputanda: satis nobis sit, methodum nostram, quoad nostrũ est, demonstrare. Ijs igitur vt supra propositis, concipiatur adhuc tempore CD velocitate FC spatiũ exigi quoddam, item aliud tempore EG, velocitateque GI, & sic per omnes quascunque applicatas: quæritur, quod spatium vltimò exactum esset, hoc est quam rationem id haberet ad illud alterum spatium, quod eodem tempore transigitur iuxta genesim HACB, cuius imago temporis CD&B. Isti duo motus in exemplo essent, si in quodam plano moueretur formica, dum ipsum planum vna eius extremitate immobili circumduceretur, Sic formica difficiliùs ascẽderet prout ipsum planum magis ad horizontem erigeretur. Iam motus extremitatis plani circumactæ habet genesim ACBH, cuius temporis imago &DCB&, et altera genesis FCBK tribueretur motui formicæ, nam vt dictũ est varius motus formicæ pendet ex latione plani, ideò velocitates eiusdem( nam in plano immobili ponimus æquabiliter ferri) durant ijsdem temporibus, quibus velocitates præcipuæ genesis ACBH. Sit denique LMSR imago velocitatum iuxta genesim ACBH, cuius temporis imago CD&B; patet si sit MP ad PS sicut imago temporis CDEG ad imaginem &BGE&, fore LM ad PQ vt AC ad OG, & concepta etiam figura MNOTS inter parallelas LMN, RST ita vt sit semper MN ad PO sicut FC ad GI, nec non LM ad MN vt AC ad FC. (sunt enim initio motuum in C, aut instanti M, velocitates genesium AC, CF, scilicet LM, MN; & in G, hoc est instanti P sunt velocitates OC, GI; nimirum QP, PO) vocetur proinde genesis FCBK spuria, ac adstricta imagini temporis &DCB&, cuius imago velocitatum MNTS pariter spuria, homogenea tamen ipsi legitimæ LMSR.

PROP.

## PROP. XVI. THEOR. XVI.

SI sint duo motus iuxta geneses legitimam, & spuriam, erunt mobilium exacta spatia, vt imagines interse homogeneæ velocitatum, legitima ad spuriam.

Esto genesis legitima ACBH, cuius imago temporis &DCA&, & imago velocitatum MLRS. Sit etiam genesis altera illi homogenea, sed spuria, & adstricta imagini temporis &DCB&, cuius imago velocitatum spuria, priorique legitimæ homogenea NMST. Dico, spatia iuxta has imagines transacta esse vt ipsæ imagines legitima LMSR ad spuriam NMST. Cum temporis momenta M, P intelligantur ex minimis temporibus, quæ proponi possunt, interse æqualibus, & quibus æquabiliter perdurant velocitates, quas mobile sortitur in aduentu suo in punctis C, G, erit vt velocitas FC ad velocitatem GI sic interse spatia, quæ istis velocitatibus, temporibusque illis æqualibus percurrerentur, in qua ratione est etiam NM ad OP. Deinde momento M peragerentur spatia proportionalia velocitatibus FC, AC, seu rectis NM, ML, momento autem P spatia proportionalia velocitatibus GI, GD, in qua ratione est etiam OP ad PQ, & sic deinceps procedendo per singula temporis MR momenta, adeo vt, cum spatium velocitate FC exactum ad id velocitate CA, sit vt NM ad ML, spatium velocitate IG ad id exactum velocitate GD sit vt OP ad PQ, & sint præterea primæ interse, hoc est spatia velocitatibus FC, GI transacta, proportionalia tertijs, spatijs videlicet transactis velocitatibus ML, PQ ergo vt omnes primæ ad omnes tertias quantitates, hoc est omnia spatia transacta iuxta genesim FCBK ad omnia spatia iuxta genesim ACB, ita erit summa secundarum ad omnes quartas, scilicet ista erit imago NMST ad imaginem LMSR. Quod &c.

*Tab. 3. Fig. 4.*

*Pr. 3. huius.*

# LIBER ALTER
## DE
# Motu Composito.

Otum appellamus compositum, vbi dum fertur mobile, consideratur habere plures in diuersas partes, vel etiã in eandem partem conatus, ex quibus oriatur tertia vis distincta ab illis. Hunc librum, cum expleuerimus, non pauca vnà cum priori, dicta erunt de motu, eritque ea methodus, qua simul geometrica quædam, difficillima scitu satis breuiter ostendemus. Nam vibrationes pendulorum exigi temporibus; quæ sint in subduplicata ratione longitudinum eorundem, planè tandem constabit aliàs nobis dissentientibus: aperiemus etiam, qua arte intelligi queant anguli rectilinei curuilineis æquales; nec non exponemus parabolas quibusdam spiralibus æquales, vt est vulgata spirali Archimedeæ, cùm videlicet basis parabolæ radio circuli spiralem continentis, & dimidium huius circumferentiæ circuli altitudini eiusdem parabolæ, æquales sint.

## PROP. I. THEOR. I.

Tab. 4. Fig. 1. SI in eadem recta linea currantur spatia temporibus æqualibus, & sint motus simplices, ac ad easdem partes tendentes, eadem illa spatia simul motu composito, ab eodemque mobili duabus illis generibus affecto, vnicoque ex dictis temporibus æqualibus, excurrentur.

Cur-

Curratur LI iuxta imaginem velocitatum HAEF, et IO iuxta aliam dictæ homogeneam BAED. Dico LO summam dictorum spatiorum LI, IO exactum iri vnico tempore AE, si nempe mobile feratur secūdum vtranque imaginem.

Per quodlibet punctum, seu temporis momentum M agatur recta GMC parallela HB, vel FD. Habebit mobile momento A, dū scilicet mouetur motu composito duas simul velocitates AH, AB, idest vnicam HB. Similiter momento M habebit GC, & momento E ipsam FD. Itaque erit HBDF imago velocitatum compositi motus, qui fiet tempore AE iuxta imaginem, quæ aggregatum est dictarū HAEF, ABDE. Est verò LI ad IO vt imago HAEF ad imaginem ABDE; ergo conuertendo, componendoque erit vt LI ad LO, sic imago HAEF ad imaginem HBDF; propterea quemadmodum spatium LI currebatur iuxta imaginem HAEF, sic LO percurretur imagine HBDF solo, eodemque tempore AE. Quod &c. *Def. 3. prima.*

## Corollarium.

*Hinc patet graue perpendiculariter, violenterque deiectum minimè ad terram venturum aggregato virium, quarum vna est ab impellente impressa, altera verò à grauitate dependēs. Nam ex impartita vi celerior fit casus, quam vt graue in decursu suo possit ex acceleratione naturali eum gradum acquirere, quem certè sponte sua tantùm descendens in fine eiusdem altitudinis adeptum esset. Hoc ita verum est, vt aliquando minimum intersit, inter impetum ab ambabus causis prouenientem, & eum, qui a sola oritur grauitate, quamobrem parum is proficeret, qui conaretur maiorem impetum componere in casu grauis, illi nempe adiecta vi, mobile idem in decursu impellente, vltra natiuam grauitatem, quod tamen fieri haud dubiè posset, si casus obliquus esset.*

*Illud quoque hac occasione aperiendum est, graue naturaliter descendens eò concitatiùs ferri, quoad potentia resistentis aeris (validior namque ista fit, vbi mobilis casus est celerior) vi grauitatis mobili inhærenti exæquatur, tunc enim causa vlterioris accelerationis adempta est, consumiturque in luctatione aeris contranitentis: quare tunc graue progrederetur æquabili motu, id quòd citiùs euenire deberet si graue intra aquam descendat.*

## PROP. II. THEOR. II.

SI in eadem recta duos motus sibi contrarios, simplices, ac eodem tempore peractos intelligamus, mobile differentiam illorum spatiorum, si vtroque motu esset affectum, percurreret.

*Tab. 4. Fig. 2.* Curratur à puncto L spatium LO imagine velocitatum ABFG, & eodem tempore curratur etiam recta OM ex puncto altero O, scilicet contrario motu, & iuxta imaginē AHIG prædictę homogeneam. Dico mobile, cōposito ex vtrisque motu, & tempore ipso AG cursurum differentiam LM dictorum spatiorum LO, OM.

*Tab. 4. Fig. 2.* Primùm intra parallelas AB, GF non se secent lineæ BF, HI, & ducatur quælibet DC æquidistans AB, vel GF, quæ secet HI in E. Manifestum est, mobile, composito motu feratur habere duplicem velocitatem, vnam AB alteram illi oppositam AH, ob idque moueri versus O sola velocitate HB differentia dictarum interse pugnantium velocitatum: pariter momento D feretur mobile veloci- *Def. 3 primæ.* tate EC differentia duarum DE, DC, & instanti G habebit differentialem IF; ex quo sequitur figuram BHEIFCB, differentiam imaginum ABFG, HAGI, aptatam tempori AC imaginem esse velocitatum compositi motus. Hoc po- *Pr. 2. primæ huius.* sito habebit LM ad LO eandem rationem, ac BHIF ad ABFG; Propterea LM, quæ est differentia spatiorum LO,

MO

MO curretur iuxta imaginem BHIF, nempe composito motu, & tempore AG.

2. Se nunc secent lineæ BF, HI in C. Ducatur CD parallela alteri æquidistantium AB, GF. *Tab.4.fig.3.* Constat ex prima parte, quòd mobile composito motu, & iuxta imaginem HBC feretur versus O tempore AD;sit ergo spatium,quod curreretur illa imagine, PR, & ob id LO ad PR eandem habebit rationem quam imago ABFG ad imaginem HBC. *Pr. 2.prima*

Similiter dum mobile mouetur tempore DG iuxta imagines DCIG, DCFG, feretur verè secundùm imaginem FCI versus L, *Ex prima parte.* quamobrem si spatium, quod exigeretur hac imagine sit RQ,habebit istud ad LO eandem rationem, quam imago CFI ad imaginem ABFG, *Pr. 2.prima.* & ideo ex æquali QR ad PR se habebit vt imago CFI ad imaginem HBC; si igitur ponatur ABFG maior imagine AHIG, demptà communiter AHCFG relinquetur HBC maior imagine CFI,& ideo etiam PR maior QR: curritur verò PR versùs R tempore AD, & RQ versùs P tempore DG, ergo toto tempore AG curretur PQ differentia spatiorum PR, RQ. Cum verò HBC ad CFI, sit vt PR ad RQ, erit diuidendo vt excessus imaginis HBC supra imaginem FCI ad imaginem istam, ita PQ ad QR, & ostensum est QR ad LO,sicut imago FCI ad imaginem ABFG, ergo ex æquali excessus imaginis HBC supra imaginem AHIG habebit eandem rationem ad imaginem AHIG, ac PQ ad LO, at est in illa eadẽ ratione etiam LM ad LO (est enim LO ad MO vt imago ABFG ad imaginem AHIG) ergo PQ erit æqualis LM, atque adeo mobile dum currit vtroque motu,hoc est iuxta simul duas imagines propositas contrariorum motuum, peraget spatium LM versùs O secundùm imaginem, quæ differentia est propositarum ABFG, AHIG, tempore AG. Quod &c.

## *Corollarium.*

*Deducitur, mobile nullum ſpatium emenſurum, vbi imagines ſimplicium motuum fuerint æquales.*

## PROP. III. THEOR. III.

*Tab. 4. Fig. 4.*

REperire eam velocitatem, éamque directionem, quæ orirentur, ſi mobile pluribus eodem momento velocitatibus, ſeu conatibus affectum eſſet. Opportet autem non ſolum has velocitates, verùm etiam earum directiones manifeſtas eſſe.

Habeat mobile A, eodem momento conatum AB, quo tendat in R; AC; quo in C; & AD, quo in D. Quæritur velocitas, & directio, quas mobile habiturum eſſet in multiplici illa affectione (Nam actu vnam velocitatem, vnamque tantùm directionem ſortiri debet) Ex duabus quibuſque AD, AC intelligatur perfici parallelogrammum ACED, & ducta diametro AE fiat itidem aliud parallelogrammum ABFE, cuius agatur diameter AF. Dico AF eſſe quæſitam velocitatem, ac directionem, quibus mobile ex illis pluribus conatibus motum ſuum inſtitueret.

Si mobili A currendum eſſet æquabili motu ſpatium AE, pertranſiret eodem tempore tam rectam AD, quàm ipſam AC; nam cum fertur ab A in E verè deſcendit ab A in C, & ab A in D motu pariter æquabili; ergo AD ad AC, erit vt velocitas, qua curritur per AD ad velocitatem, qua curritur per AC. Itaque ſi mobile dum eſt in A intelligatur affectum velocitatibus AD, AC habentibus directiones ipſas rectas AD, AC, perinde eſſet, ac ſi ſola foret mobili velocitas vnâ cum directione AE. Eadem ratione AF velocitas habens directionem AF, æquipollebit duabus velocitatibus AB, AE iuxta directiones rectas eaſ-

*Gal. pr. de motu æquab.*

dem

dem ABAE; hoc æquiualebit tribus AB, AC, AD. Mobile igitur ex affectione trium illorum conatuum, vt suppositum fuit, nitetur secundùm AF velocitate ipsa AF Quod &c.

## DEF. I.

ACcelerationem alicuius motus, tunc intelligimus, cũ velocitates, quæ subinde mobili adueniunt, non delentur, sed prorsus integræ, atque indelebiles mobili in ipso motu perseuerant. Ex quo sequitur motum simplicem dici, cum præteritæ velocitates protinus euanescunt, illæque tantum considerantur, quæ mobili subinde oriuntur.

## PROP. IV. PROB. II.

IMaginem accelerationis cuiuscunque simplicis motus exhibere,

Imago velocitatum simplicis motus esto rectangulum AFDC: sic motus est æquabilis, vt acceleretur debent instanti C vigere omnes velocitates in imagine AFDC cõprehensæ, & item ducta quacunque BE parallela AF, vel CD, erit mobile momento B affectum omnibus antecedentibus velocitatibus, comprehensis nempe ab imaginis portione AFEB; quare si ponamus HLG imaginem esse accelerationis, itaut nempe tempus GL æquale sit tempori AC; item KL æquale tempori AB, erit vt figura CAFD ad figuram BAFE, sic velocitas, qua mobile fertur momẽto G ad velocitatem, quam habet instanti K; & ideo quia ponitur imago simplicis motus rectangulum AFDC, erit rectangulum CF ad BF, hoc est recta CA ad AB immò LG ad LK, vt GH ad KI; quamobrem GLH imago velocitatum huiusmodi motus, erit triangulum. Quod si imago

*Tab.4.fig.1.*
*Cor.def.3.primi.*
*Def. 1.huius,*
*Def.3 primi.*

go

go ſimplicis motus fuiſſet triangulum, imago velocitatum accelerationis foret trilineum ſecundum, & ita proportionaliter de infinitis numero accelerationibus.

*Corollarium.*

*Hinc obiter habemus, quo pacto imago velocitatum corporum naturaliter deſcendentium triangulum ſit. Nam quolibet momento ſui caſus habet graue idem in ſe principium motus, ſeu grauitas, ex qua concipitur imago ſimplicis motus ſi nempe priores gradus velocitatis ſubinde deperirent, at quia in eius deſcenſu prorſus perſeuerant (id enim ſupponitur abſtrahendo ab aere) inde motus concitatur, & fit vti diximus imago accelerationis triangulum.*

## AXIOMA

QVælibet linea, vt fluxus puncti concipi poteſt.

## AX. II.

VT propoſita linea ex fluxu puncti exaretur, duò tantùm neceſſaria ſunt, ſcilicet motus, & puncti directio.

## PROP. V. THEOR. III.

REcta, quæ priùs deſcripta eſt, poteſt alijs à primis velocitatibus, rurſus exarari.

Nam punctum poteſt fluere ſecundum quamcunque rectam, quocunque motu, ergo illam poteſt etiam quibuſcunque velocitatibus affectum rurſus exarare.

PROP.

## PROP. VI. THEOR. IV.

VT eadem recta ex fluxu puncti renouetur, opportet in quocunque illius puncto seruari pristinas directiones,

Cum, vti diximus, ad descriptionem lineæ duo tantùm exigantur, nempe motus, & puncti directio; motus verò potest esse quilibet, sequitur ergo directionem, alteram de duobus, seruari debere. *Ax. 2. huius.* *Pr. 5. huius.*

## DEF. II.

LIneam dicimus curuam, in qua sumptis duobus adlibitum punctis, recta, quæ ipsa puncta coniungeret, nullam cum proposita linea partem sit habitura communem.

## PROP. VII. THEOR. V.

DIrectiones puncti describentis lineam, iuxta rectas lineas concipi debent.

Dum punctum fluere intelligimus, inest in eo singulis momentis certus, ac præfixus gradus velocitatis, quo tantùm attento, rectà, æquabiliq; motu in certam partem contenderet; at huiusmodi iter, aliud non est, quàm directio puncti, qua eius temporis momento proficiscitur; ergo iuxta rectas lineas, directiones omnes considerari opportet.

## PROP. VIII. THEOR. VI.

TAngens, & directio motus in quouis curuæ puncto est vna, atq; eadem recta.

Nam in descriptione cuiuscunq; rectæ procedit pun- *Pr. 7. huius.*

ctum iuxta tendentias rectas, obliquatur tamen ob subsequentes, aliò tendentes nisus, & ob id distrahitur punctum ipsum à priori tendentia, idem accidit ex alia parte si reflexisset idem punctum, nempe hinc inde vnicam rectam eandemque, continuantibus oppositis ad idem punctum directionibus, ergo directio, & tangens vna, & eadem est recta.

## *Corollarium.*

*Hinc sequitur, vnicam lineam dicendam esse, cum à quocunque illius puncto vnica tantùm ex vtraque parte egreditur tangens.*

## DEF. III.

QVòd si ex aliquo puncto duæ tangentes hinc inde egredientes angulum efficiant; tunc propositam lineam inflexam dicemus, & punctum, in quo sunt contactus, inflexionis appellabitur.

## *Corollarium I.*

*Ab hisce deffinitionibus, & priori coroll. manat artificium componendi duas curuas, vel curuam & rectam, adeout vnicam lineam efforment, nullumque angulum; nempe cum sic inuicem iungamus, vt tangentes ad punctum connexus, vnam tantùm rectam efficiant.*

## *Corollarium II.*

*Sed & illud patet, quibus angulis inflectantur lineæ inuicem compositæ, si ad punctum inflexionis angulum tangentium obseruauerimus, sunt enim inter se æquales, licèt diuersæ speciei, cum vnus sit curuilineus, & rectilineus alter.*

PROP.

## PROP. IX. THEOR. VII.

TAngens, seu directio motus in quocunque curuæ puncto est illa recta, quæ vtrinque statim cadens extra curuæ conuexum ad eandem, quàm fieri potest ex vtraque parte accedit.

Nam alia quæque recta transiens per punctum contactus ad sectionem magis accedere nequit, quin ipsam illinc secet, ob id extra conuexum eius non cadet, ab altera verò parte magis à proposita curua separabitur, quamobrem nulla alia recta, quàm tangens poterit simul extra curuam esse, & quàm fieri potest ad ipsam accedere.

## D E F. IV.

LIneæ AC, AD occurrant sibi in A, quod punctum intelligatur transferri ab A in C vnà cum linea AD semper sibi parallela, quo tempore punctum A currat ipsam latam lineam ex A in D. Manifestum est idipsum punctum A descripturum esse motu composito lineam quandam AB diagonalem superficiei parallelogrammæ ABCD. Vocamus ergo diagonalem illam semitam compositi motus, & AC, AD latera illius. *Tab.4.fig.6.*

### *Corollarium I.*

*Manifestum est mobile dum currit AB transire etiam AC, AD, licèt curuæ sint, nam verè transfertur illo tempore, tam ad lineam CB quam ad DB.*

### *Corollarium II.*

*Præterea si ducerentur, aut sint AC, CB, DA. DB, AB*

*rectæ lineæ, efficeretur ex ijs parallelogrammum ACBD, cuius diameter AB; quamobrem ex datis punctis C, A, D reperiretur statim punctum B, scilicet extremum semitæ compositi motus, cuius latera ipsæ curuæ, aut rectæ AC, AD --.*

## PROP. X. PROB. III.

Tab.4. Fig.7. EX datis quotcunq; lateribus compositi motus, huius semitæ terminum exhibere.

Si latera compositi motus essent duo tantùm AB, AC. Facto parallelogrammo vt dictum est, inueniretur punctum E extremum motus: & quæcunq; sit semita, seu motus, potest idem E supponi tanquam extremum alterius lateris, adeoque, si motus constet ex tribus lateribus AC, AB, AD, perinde sit ac si foret duorum laterum AE, AD; nam AC, AD valent simul ac solum AE; cum ita sit, facto etiam parallelogrammo EADF ex datis punctis E, A, D, habebitur F extremum semitæ, cuius sunt tria latera CA, AD, AB --

### *Corollarium.*

*Deducitur artificium describendæ semitæ AE, vel AF, si nempe assumptis partibus AG, AH, AI in dictis lateribus, quæ quidem sciantur percurri temporibus æqualibus, si per ipsas singulas mobile punctum ferretur eo modo, quo in composito motu nititur per easdem directiones; reperietur inquam punctum K in semita AE, atque L in semita AF: quare hoc modo sumptis alijs, atque alijs partibus in ipsis lateribus, reperientur alia, atque alia puncta ad ipsam semitam pertinentia, quorum tandem beneficio, facile erit quæsitam fermè semitam exarare.*

PROP.

## PROP. XI. PROB. IV.

EX datis imaginibus velocitatum, iuxta quas ſimplici motu currantur latera compoſiti motus; datis item tangentibus ad quæcunque puncta ipſorum laterum, reperire ſemitam compoſiti motus, nec non directiones, velocitateſq; puncti deſcribentis ipſam ſemitam. *Tab.4.fig.8.*

Opportet tamen latera ipſa, itemq; imagines prædictas, in imperatas ſecari poſſe rationes, quamquam nos non lateat, in lateribus curuis hoc effici non poſſe, præterquam aliquatenus in periphærijs circulorum.

Sint AB, AF latera compoſiti motus, quæ quidem ſeorſim currantur eodem tempore QM, ſcilicet AB iuxta imaginem MNPQ, et AF iuxta imaginem alteram ei homogeneam TMQR. Ponatur AB circuli arcus, quem tangat recta BC æqualis QB, at AF lineam, quæ parabola ſit, contingat recta FG æqualis RQ. Reperiemus illicò punctum H extremum ſemitæ compoſiti motus; ſunt enim data puncta A, F, B. Cum igitur mobile venerit in H. Dico, eo temporis momento velocitatem, ac directionem HL, quæ recta diameter eſt parallelogrammi, cuius duo latera ſunt dictæ lineæ HI, HK; Iam vti diximus punctum H eſt extremum compoſiti motus, quare eo momento, quo punctum mobile eſt in H, habet inibi eaſdem illas velocitates, quas haberet in B, et F, dum ſeorſim illa latera excurriſſet; ſcilicet conſideratur ipſum mobile habens ſimul velocitatem HI æqualem, ac æquedirectam, ſeu æquidiſtantem ipſi CB, cui eſt æqualis alia QP; & velocitatem HK æqualem, ſimiliterque directam, ipſi GF æquali RQ. Cum ita ſit erit HL velocitas, & directio quæſita momento Q. Eodem modo, ſi ſit, vel fiat vt imago PNMQ ad ONMV (ducta ſcilicet applicata SVO) ita BA ad AX, et ONMV ad imaginem VMTS, vt XA ad AI, percurrentur AX, AI *Pr, 10.huius.* *Ex pr.3.hu.* *Pr.2.primi huius.*

co-

eodem tempore MV, eritque ob id in X velocitas,& directio, tangens ipsa ZX æqualis VO, & in I velocitas, & directio,tangens 2 I æqualis VS; Itaque datis punctis X, I,A *Cor. 2. def. 3. huius.* dabitur etiam Y extremum semitæ compositi motus, cuius latera AX, AI, & ideo mobile dum est in Y momento V affectum erit duplici velocitate, hoc est Y 4 æquali velocitati ZX, seu VO, ac æquidistante eidem ZX, et velocitate altera Y 3 æquali, & æquèdirecta ipsi 2 I: quare ex datis punctis 4, Y, 3 inuenietur punctum S quartus angulus parallelogrammi habentis diametrum YI, quæ quidem *Pr. 3. huius* erit directio, & velocitas mobilis currentis composito motu instanti V. Cumque alia quotcunque puncta eadem methodo reperire queamus, per quæ duci possit linea ferè quæsitam semitam repræsentans, atq; emulans, patet idcirco, quod proposuimus.

*Corollarium.*

*Pr. 8 huius.* *Cum verò directiones sint idem, ac tangentes, liquet HL VS tangentes esse compositi motus.*

## PROP. XII. THEOR. VIII.

*Tab. 5. Fig. 1.* CVm imagines velocitatum, iuxta quas curruntur duę rectæ, quæ sint latera compositi motus, sunt parallogrammum, & triangulum; tunc semita compositi motus erit communis parabola.

Tempore HM curratur latus AC iuxta imaginem velocitatum HILM rectangulum, & latus AB iuxta imaginem *pr. 2. primum huius.* triangulum HMN; erit CA ad AB, vt imago parallelogrãmum HILM ad aliam imaginem triangulum NHM. Fiat *Pr. 3. huius.* parellogrãmum ACDB erit in D extremum semitæ compositi motus, quæ si ponatur AFC; Dico esse parabolam. Sumatur in ipsa linea quoduis punctum F, ab ipso deducta

ctâ FE parallela AB, vti etiam FG parallela AC, erunt *Ex eadem.*
AE, AG latera compositi motus, cuius semita AF: Concipiatur modò P momentum, quo mobile adest in F, & ducta OPK parallela alteri HI, vel NL, erit imago MHIL ad imaginẽ PHIK, hoc est MH ad HP, vt CA ad AE, seu vt BD *Pr.2. huius.*
ad GF. Pariter erit imago NHM ad imaginẽ OHP, hoc est quadratum ex MH ad quadratũ ex PH; immò id ex BO ad illud ex GF, vt BA ad AG; quamobrem punctum F cadet in curuam parabolicam communem, cuius diameter AB, & basis, seu ordinatim applicata BD, scilicet AFD erit ipsa curua parabolica. Quod &c.

## *Scholium.*

*Quoniam graue, quod iaculatur extra perpendiculum, liberum ab omni obice, nisi turbaretur eius motus à propria grauitate pergeret moueri æquabiliter iuxta directionem, velocitatemque ei traditam; habet verò coniunctam grauitatem, qua, nisi ab impresso impetu flecteretur motus, descenderet iuxta perpendiculum motu naturaliter concitato, cuius imago velocitatum, triangulum est; Hinc propterea graue vltra perpendiculum proiectum describit in cursu suo, motu scilicet composito, parabolam vulgatam. Verùm enim verò descriptionem istam necesse aliquo pacto est ex duabus causis vitiari, hoc est ab aeris resistentia, & perpendiculis non interse parallelis, quippe in idem, vnumq; punctum, vniuersi centrum, conuergentibus.*

## PROP. XIII. THEOR. IX.

SI ab assumpto hyperbolæ puncto, recta axi primo parallela deducatur, quæ ad secundam diametrum pertingat; Quadrilineum comprehensum ab ipsa curua hyperbolica, & dictis tribus rectis, erit imago velocitatis il- *Tab.5. fig.2.*

lius motus deſcribentis curuam parabolicam, cuius baſis ad axem eius habet eandem rationem, quam duplus axis propoſitæ hyperbolæ ad ductam illam æquidiſtātem inter eiuſdem hyperbolæ aſſymptotos interiectam.

Hyperbolæ IRS ſit centrum H, ſemiaxis HI, aſſymptoti HT, NH, et SN parallela HI; tùm ducta HM ſecunda diametro hyperbolæ, intelligatur deſcriptio parabolæ AFD; itaut duplus axis hyperbolæ, hoc eſt quadruplum ipſius HI ad NT eandem habeat rationem, quam DB baſis parabolæ ad BA axim eiuſdem. Dico quadrilineum HISM eſſe imaginem velocitatum, iuxta quam motu compoſito deſcribitur parabola AFD; & cum ſit homogenea imaginibus HILM, HTM, eſſe quoque rectangulum HDLM ad imaginem ipſam HISM vt recta CA ad curuam AFD. Fiat rectangulum ACDB, et HM ſit tempus, quo curritur vtrunque latus AB, AC, nempe axis AB motu grauium iuxta imaginem triangulum HTM, alterum verò latus AC æquabili motu iuxta imaginem rectangulum HILM, quod quidem erit HILM; etenim AB ad ſpatium AC eſt vt imago triangulum HMT ad imaginem rectangulum HILM, ſcilicet eſt vt MT ad duplam HI, vel vt NT ad quadruplam HI, quemadmodum poſuimus. Iam monſtrauimus lineam, quæ curritur iuxta illas imagines motu compoſito parabolam eſſe, cuius diameter AB, & baſis BD; & propterea erit ipſa AFD (nam vnica tantum parabola ex datis AB, BD poſitione, ac magnitudine, axi ſcilicet, ac baſi dari poteſt) Ducatur nunc à quolibet puncto F dictæ parabolæ rectæ FE, FG parallelogrammum conſtituentes AEFG; & P ſit momentum, quo mobile punctum inuenitur in F. Habebit inibi ipſo temporis momento P velocitatem PQ iuxta directionem GF, ſunt verò iſtæ directiones ſibi ipſis perpendiculares; ergo recta, quæ diameter eſſet rectanguli AEFG, & ob id potentiâ æqualis duabus PK, PQ erit gradus velocitatis, quem mobile habet momento

*Def. 7. primi & pr. 12. primi huius.*

*Cor. pr. 4. hu.*

*Pr. 2. primi huius.*

*Ex pr. 12. hu.*

*Pr. 3. huius.*

to

to F motu compoſito currens; verùm quia quadratum ex PR ęquatur rectangulo ORQ vnà cum quadrato ex PQ,& eſt ob hyperbolam rectangulum ORQ æquale quadrato ex HI, vel PK; ergo PR quadratum æquale erit duobus ſimul quadratis PQ, PK; itaque PR erit gradus velocitatis prædicti mobilis in F momento P, compoſitoque motu currentis iuxta curuam parabolicam. Pariter momento M, cum mobile eſſet in D velocitas compoſiti motus foret MS poteſtate æqualis duabus MT, ML, ac demum in A initio motus velocitas eſt HI: quare HISM erit imago velocitatis motus compoſiti dum mobile punctum deſcripſerit curuam parabolicam AFD, eſtque illa imago imaginibus diuiſorum, ſeu ſimplicium, motuum homogenea; ergo conſtat baſim etiam BD ad parabolam AFD eandem habere rationem, quam rectangulum HILM ad quadrilineum HISM. Quod &c.

*Pr. 11. l. 2. conic.*

*Def. 3. primæ huius.*

## *Corollarium. I.*

*Patet, cum latera compoſiti motus ſint duo, & ſibi ipſis perpendicularia, tunc gradum velocitatis eiuſdem motus compoſiti æqualem eſſe potentiâ duobus ſimul gradibus, quos habet mobile eodem momento, ac ſi ſeorſim intelligatur in ipſis ferri lateribus.*

## *Corollarium. II.*

*Si verò conſiderentur imagines primi ſecundique Caſus interſe homogeneæ, erit vt quadrilineum HISM primi ad quadrilineum iiſdem literis notatum ſecundi caſus, vt curua illa parabolica ad hanc ſecundi caſus parabolam.*

*Pr 2. primæ huius.*

Corollarium. III.

*Illud etiam constat, esse in vtroque casu vt quadrilineum HIRP ad ipsum PRSM, ita AF ad FD.*

## PROP. XIV. THEOR. X.

Tab. 5. fig. 3. PRopositis Spirali Archimedea primæ circulationis ABD, et AGF cõmuni parabola, sit FG basis huius æqualis radio DA, et GA sit dimidium circumferentię circuli AEG; erit parabola AGF axem habens GA æqualis propositæ spirali.

Sit PNK communis hyperbola, cuius coniugati semiaxes sint IK, IH, & asymptotos IO. Esto etiam axis hyperbolæ huius, dupla scilicet IK, ad HO illi ęquidistantem vt FG ad AG. Iam constat quadrilineum IHPK fore imaginem velocitatum, iuxta quam curreretur parabola AGF tempore IH: si modo ostendimus hoc ipsum quadrilineũ esse pariter homogeneam imaginem alterius compositi motus, quo videlicet describitur spiralis proposita ABD, palam erit, ipsam parabolam eidem illi spirali æqualem futuram. Ducatur recta KL, quæ æquidistet IH; item ex quouis puncto Q tẽporis IH alia deducatur recta QRMN parallela IK: erit parallelogrammum rectangulum HIKL imago velocitatum, iuxta quam curritur FG, et HIO triangulum imago, qua curritur AG motu grauium descendentium: Verùm quia eodem tempore IH, si mobile currat æquabili motu DA æqualem FG, est eius imago idem rectangulum IHKL, curriturque illo eodem tempore IH (spirali exigente) omnis circuli circunferentia AGEA æquabili etiam motu ab extremitate A radij AD circumducti in descriptione spiralis; ob idque factum est, vt IK ad HO esset vt DA ad circunferentiam ipsam AGEA; nam hoc modò

Pr. 13. huius.

Pr. 1. prima.

do rectangulum IH in HO est imago velocitatum eiusdem motus per AGEA. Ducatur nunc ex quocunque momento Q linea QRMN ipsi IK æquidistans, & auspicato motu ex centro D momento I, vt nempe oriatur spiralis, intelligatur momento Q ventum esse in B, quamobrem ductâ DBE, erit rectangulum, seu imago QIKR ad imaginem rectangulum HIKL, ita DB ad DE, in qua ratione, cum propter spiralem, sit etiam circunferentia AGE ad circunferentiam AGEA, erit rectangulum IQ in HO imago velocitatis per AGE, estque velocitas iuxta tangentem in E ad velocitatem iuxta tangentem circulum BC in B vt ED ad DB, seu vt HO ad QM; ergo cum iuxta tangẽtem in A, hoc est in E velocitas sit HO, erit secundùm tangentem circulum BC in B, ipsa QM velocitas; proptereaque imago triangulum HIO, quæ in parabolæ descriptione erat per AG, nunc erit per omnes tangentes circulos subinde crescentes ex D in E: scilicet momento I, erit mobili puncto secundùm DA, velocitas IK; momento Q dum adest in B, erit secundùm BE velocitas QR, & iuxta tangẽtem in B circuli BC velocitas QM; quæ ambæ, hoc est velocitates QR, QM cum sint normaliter directæ, erit eidem mobili in B iuxta spiralem velocitas QN potentia ipsis ambabus æqualis. Similiterque momento H cum mobile fuerit in A, erit velocitas iuxta spiralem, ipsa HP æqualis potentiâ duabus velocitatibus HL iuxta radium, et HO iuxta tangentem; & sic omnino liquet, ipsum quadrilineum HIKP esse imaginem velocitatum tam in descriptione parabolæ AGF, quàm spiralis Archimedeæ DBA, & cum sit in ijsdem descriptionibus homogenea sibi ipsi, constat ipsas curuas æquales esse. Nam vt imago illa ad se ipsam ita parabola ad spiralem prædictam. Quod &c.

*Pr. 2. primæ.*

*Pr. 8. huius & Cor. pr. 13.*

*Pr. 2. huius.*

## Corollarium.

*Hinc aparet, ſpiralem DB ad ſpiralem DBG eandem habere rationem, quam quadrilineum QIKN ad quadrilineum HIKP; pariterque rectam DA ad eandem ſpiralem DCB habere ipſam rationem, ac rectangulum HIKL ad dictum quadrilineum HIKP. Eodem ferè modo exhiberi piſset ratio ſpiralis ad ſpiralem, licèt plurium interſe circulationum, eritque prorſus ea, quam habet vnum ad alterum eiuſdem illius naturæ, quadrilineorum.*

## PROP. XV. THEOR. XI.

*Tab. 5, Fig. 4.*

Spiralis orta ex motu naturaliter accelerato per radiũ circuli comprehendentis ſpiralem ipſam, & ex motu æquabili circa circumferentiã eiuſdem circuli, æqualis eſt ei curuæ parabolicæ natæ ex motu compoſito, cuius vnum latus curritur iuxta imaginem trianguli, nempe motu grauium, alterum verò latus iuxta imaginem trilinei ſecundi, habebitque parabola ipſa axim æqualem radio, & baſim tertiæ parti circunferentiæ eiuſdem circuli ſpiralem comprehendentis.

Eſto ſpiralis ACB, quæ ſignatur ex motu pũcti A æquabiliter lati circa circumferentiam ADA, dum nempe eodẽ tempore IF, punctum B currit à quiete lineam BA motu grauium deſcendentium; ſit verò imago velocitatum dicti motus æquabilis per ADA rectangulum HGFI, & alterius motus imago, (quæ triangulum erit) eſto FEIM. Patet, quia ipſæ imagines ponuntur homogeneæ, eſſe rectangulum HGFI ad triangulum IFM vt ADA circumferentia ad radium BA, & propterea IM ad IH erit vt BA ad dimidium circunferentiæ AEDA. Sumatur quodlibet momẽtum K, & ducatur ONKL æquidiſtans HM, puteturque

*Cor. pr. 4. huius.*
*Pr. 2. prima.*

co-

eodem illo momento mobile vẽtum esse in C spiralis propositæ BCA: agatur per ipsum punctum radius BCD, & sic illo momento extremitas A currendo circa periphæriam reperietur in D, eritque circonferentia AED ad ipsam AEDA, vt imago rectangulum OGFK ad imaginẽ GHIF, hoc est erit vt KF ad FI; at BC ad BD erit vt imago triangulum KFL ad triangulum FIM, nempe vt quadratum KF ad quadratum FI, est autem vt BD ad BC ita velocitas iuxta tangentem in D ad velocitatem iuxta tangentem in C circulum, cuius radius BC; scilicet ita velocitas IH ad velocitatem KN, quadrati nempe IF ad quadratum KF, & ob id velocitates, quæ sunt iuxta tangentes circulos subinde crescẽtes ex centro B, erũt expressæ in trilineo HNFIH secundo, cuius scilicet indoles est vt abscissarum quadrata sint vt applicatæ. His compositis, intellectisque erit in B, momento F, nulla velocitas, in C momento K duæ velocitates, quarum vnà KI mobile iret iuxta CD, sed cum altera sit KN iuxta tangentem circulum, cuius radius CB, nectitur vna ex duabus illis, quibus eisdẽ potentia est æqualis, & qua idem mobile mouetur iuxta spiralem illo momento K. Similiter cum mobile est in D, scilicet momento I, habebit velocitatem potentia æqualem HI, qua dirigitur iuxta tangentem, & velocitati IM, qua secundùm radium, Itaque imago velocitatum mobilis describentis spiralem propositis motibus tempore IF, ea erit, cuius applicatæ sunt vbique æquales potentia ijs applicatis, quæ ab eodẽ momento intelligi queunt in imaginibus simplicibus, nempe partialium motuum, HNFI, IFM. Cum præterea OT ponatur tertia pars esse circumferentiæ AEDA, & est etiã trilineum HFI vtpote secundum tertia pars parallelogrãmi HGFI, erit triangulum IFM ad trilineum ipsum HFI vt BA, vel ei æqualis QO ad OT; curritur verò vt supponitur OQ tempore IF iuxta imaginem triangulum IFM, ergo eodem tempore iuxta trilineum HNF curretur alterum latus

*Pr.8.huius.*

*Cor.prop.13. huius.*

*Pr.10.primi huius.*

*Pr.2.primi huius.*

tus OT, siue basis parabolæ QI. Si itaque parabola ipsa putetur esse ORI, in qua punctum R esto vbi mobile adest momento K, deducantur verò ab eodem illo puncto RS parallela axi QO, et RP æquidistans QI, vel OT, profectò in O, momento F, sicuti in spirali, nulla erit mobili velocitas, sed cum est in R momento K habebit geminam velocitatem, KL secundùm SR, et KN iuxta PR perpendicularem ipsi SR, quæ duæ velocitates itidem component vnicam potentia simul illis æqualem, & cum idem dicatur de quibuscunque alijs punctis parabolæ, momentis temporis FI respondentibus, manifestum est spirali BCA, & parabolæ ORI vnicam, eandemque esse imaginem velocitatum, propterquam quòd ipsæ curuæ, quòd sint vt imagines, erunt
*Pr.2.primæ.* interse æquales.

## *Scholium.*

*Exemplo traditarum curuarum, possunt innumeræ spirales suis parabolis æquales excogitari, nec ideo res minùs demonstrabitur, si loco rectarum, seu laterum OT, OP compositi motus, substituantur circuli, aut circulorum arcus, qui ad rectos angulos se secent, scilicet cũ tangentes ad punctum inflexionis, seu occursus ipsarum curuarum sibi ipsis perpendicures fuerint. Quòd si ipsa curua latera ad rectos angulos non se secent curuæ nihilominus ab ipso composito motu nascentes poterunt exhiberi curuas parabolicas exequantes, quarum itidem latera sint rectæ eundem angulum, quem prædictæ tãgentes, comprehendentes. Sed de his satis, nunc dicamus ea tempora, quibus duorum pendulorum similes vibrationes absoluuntur, hoc est Galilei sententiam demonstrabimus, quam quondam haud ruditer decepti falsam credidimus.*

*Vincentius Viuianus eximius nostri æui Geometra vt tueretur Galilei sententiam, cuius dignissimè se fuisse discipulum profitetur, tradidit mihi per admodum Reuerendum, at-*

que

*que cultissimum Patrem Ioseph Ferronum è Societate Iesu, demonstrationem suam verè pulcherrimam, ac disertissimè exaratam, qua vna potuissem de Galilei asserto satisfactus esse; eam demonstrationem, ijsdem prorsus verbis, ac figuris, quibus ad me peruenit hic duxi reponendam, ne gloriam, quam Vir tantus meretur, ipsi videremur nostra, quam inde subdemus, demonstratione, subripere.*

*Inquit ergo.*

TEmpora naturalium decursuum sphærarum grauium per similes, similiterque ad horizontem inclinatos arcus curuarum linearum in planis, aut verticalibus, aut ad horizontem æqualiter inclinatis descriptarum, & quæ totæ sint ad easdem partes cauæ, interse sunt in subduplicata ratione chordarum eorundem arcuum homologè sumptarum. *Tab. 6. fig. 1. 2 3. 4.*

Ex puncto A ad curuam lineam BCD extra ipsam in plano positam, & in totum ad easdem partes cauam, quæcunque ea sit (vel nimirum pars aliqua circumferentiæ circuli, vel alicuius ex infinitis ellipsibus, aut parabolis, aut hyperbolis, aut spiralibus, aut cycloidibus, vel concoidis, vel cisoidis, seu alterius cuiuscumque ex notis, vel ignotis curuis) educantur omnes rectæ AB, AC, AD &c. quæ à punctis E, F, C, vel intra, vel extra eas sumptis proportionalibus secentur, ita vt sit AB ad AE, sicut AC ad AF, & sicut AD ad AG &c. & hoc semper. Sic enim dubio procul apparet, prout facillimum est ostendere, lineam EFG transeuntem per singula puncta E, F, G sic inuenta, curuam quoq; esse, & eiusdem penitus naturæ, ac data BCD, eique similem, similiterque cum ipsa positam, atque in totum cauam ad easdem partes, ad quas ponitur caua ipsa BCD. Concipiatur modò planum, in quo manent huiusmodi similium curuarum similes arcus BCD, EFG, vel esse ad horizontem erectum, nempè verticale, vel ad ipsum ho-

horizontem inclinatum iuxta curuitates ipsorum arcuum BCD, EFG inflexas esse superficies eidem plano erectas, ita tamen, vt super has positis grauibus sphæris in A, E per ipsas sic inflexas superficies eædem sphæræ naturaliter decurrere queant; id quod sanè accidet, cum arcus BCD totus fuerit infra horizontalem IL ex arcus sublimiori puncto B ductam, fuerintque ab hac continuati recessus, ac totus ad vnam partem perpendiculi BH: nam sic talis quoque erit alter arcus EFG illi BCD similis, similiterque positus. His omnibus sic manentibus: Dico tempus decursus sphæræ grauis E per similem, similiterque positum arcum EFG, esse in subduplicata ratione chordarum BO, EG arcus ipsos subtendentium. Secto enim bifariam angulo BAD per rectam AC arcum BD secantem in C, atque arcum EFG in F, iungantur chordæ BC, CD, et EF, FG, quæ ex huiusmodi curuarum natura cadent totæ intra ipsos arcus, sed in prima, & secunda figura ad partes poli A, in tertia verò, & quarta ad oppositas.

Et quoniam, ex talium curuarum genesi, est vt BA ad AE, ita DA, ad AG, erit BD ipsi EG parallela, hoc est vtraque ad horizontem æqualiter inclinata, atque in ratione BA ad AE. Similiter cum sit, vt BA ad AE, ita CA ad AF, etiam BC, EF interse æquidistabunt, seu ad horizontem æqualiter inclinabuntur, eruntque in ratione eadem, ac BA ad AE. Idemque ostenditur de chordis CD, FG, quare ex magni Galilei sententia de motu naturaliter accelerato indubitanter sequitur tempus decursus sphæræ grauis ex B in D per binas chordas BC, CD ad tempus decursus per vnicam BD, esse vt tempus decursus grauis sphæræ ex E in G per binas EF, FG ad tempus decursus per vnicam EG: eadem itidem ratione demonstratur (angulis pariter BAC, CAD bifariam sectis per rectas, quæ similes arcus BC, EF, ac CD, FG duas in partes diuidant) ex quatuor vtrinque arcuum horum cordis, illas interse

ho-

homologas, similesque arcus subtendentes ad horizontem esse æqualiter inclinatas, ac alteram alteri in ratione eadem, in qua sunt rectæ AB, AE &c: ac propterea ex eadem Galilei scientia constabit vtique, tempus decursus ex B in C sphæræ grauis B per quatuor chordas quatuor partes arcus BCD subtendentes ad tempus decursus per vnicam BD, esse vt tempus decursus sphæræ grauis E ex E in G per quatuor illis homologas chordas quatuor partes arcus EFG pariter subtendentes ad tempus decursus per vnicam chordam EG: & hoc semper ita euenire demonstrabitur quantacunque, & maxima fuerit in perpetua angulorum bisectione æquèmultiplicitas in vtroque arcu talium chordarum homologè sumptarum, ac interse proportionalium, æqualiterque ad horizontem inclinatarum: Propterquam quòd semper decursus ex B in D per aggregatum chordarum omnium in arcu BCD ad tempus decursus per solam chordam BD esse vt tempus decursus ex E in G per aggregatum totidem chordarum in arcu EFG ad tempus decursus per vnicam chordam EG; adeo vt denique iure optimo educi posse videatur, tempus decursus grauis ex B in D per aggregatum infinitarum chordarum totum arcum BCD constituentium, seu tempus per ipsum arcum BCD ad tempus decursus per solam cordam BD esse vt tempus decursus grauis ex E in G per aggregatum totidem infinitarum chordarum dictis homologè proportionalium, æqualiterque singulæ singulis ad horizontem inclinatarum, ac totum arcum EFG conformantium, siue vt tempus per ipsum arcum EFG per solam chordam EG. Quocirca permutando, tempus, decursus sphæræ grauis B per arcum BCD ad tempus decursus sphæræ grauis E per arcum similem, similiterque positum EG erit vt tempus decursus per chordam BD ad tempus decursus per chordam EG; sed ex eadem Galilaica scientia de motu, tempus decursus per chordam BD ad tempus decursus per æqua-

iter inclinatam EG est in subduplicata ratione ipsarum chordarum BD, EG; ergo tempus quoque decursus ex B per arcum BCD ad tempus decursus ex E per arcum EFG est in eadem subduplicata ratione chordę BD ad chordam EG, quod ostendendum proposuimus.

## *Corollarium.*

*Ex modò ostensis super prima, ac secunda figura, manifestum fit celeberrimum illud magni Galilei pronuntiatum, quòd videlicet, ratio temporum similium vibrationum pendulorum sit subduplicata rationis longitudinum filorum homologè sumptorum, non tantum verum esse de vibrationibus pendulorum per arcus similes, similiterque positos, sumptos ex circulorum quadrantibus ad perpendiculum vsque terminantes, sed etiam de vibrationibus per arcus quoscumque similes quadrantum à perpendiculo seiunctos; dummodo ipsi similes arcus sint quoque similiter positi: quales nimirùm apparent in figuris prima, ac secunda arcus BCD, EFG, dum grauia B, E ex filis, aut hastulis AB, AE circa punctum A conuertibilibus appensa concipiantur.*

## *Scholium.*

*Si curuæ BCD, EFG in prima, & secunda figura fuerint similes arcus ex circulis commune centrum A habentibus; ac in verticali plano positis, & in prima figura rectæ AB, AE fuerint fila aut hastulæ quædam circa clauum A conuertibiles, in secunda verò rectæ AB, AE concipiantur, vt hastulæ inflexibiles, volubilesque circa imum punctum E, atque ex huiusmodi filorum, aut hastularum terminis B, E pendeant graues sphæræ B, E (cum eadem sint tempora prout assumitur quoque ab ipsomet Ceua) tempora inquam decursuum liberorum grauium B, E per arcus BCD, EFG, ac tempora de-*

descensuum ipsorum grauium per eosdem arcus (vel hæc à filis pendeant, vel ab hastulis sustineantur) erit quoque tempus descensus, seu vibrationis penduli B per arcum BCD ad tempus descensus, seu vibrationis penduli E per arcum EFD in subduplicata ratione chordæ BD ad chordam EG; sed hæc ratio chordarum BD, EG eadem est, ac ratio filorum, aut hastularum AB, AE; Ergo tempus vibrationis penduli AB per arcum BCD ad tempus vibrationis penduli AE per arcum illi similem, similiterque positum EFG est quoque in subduplicata ratione longitudinum, vel filorum, aut hastularum, ex quibus eadem grauia pendula similes vibrationes absoluunt BCD, EFG.

## Scholium.

Cæterùm non me latet constructionem, ac demonstrationem à nobis superiùs allatam nonnullis euidentiorem fortasse euasuram, si ommissa illa continua bisectione angulorum similes, similiterque positos arcus abscindentium ex similibus curuis ibidem descriptis; atque ommissa pariter continua coniunctione chordarum, vt ibi factum fuit, horum vice, vt in quinta figura, ex punctis B, D binæ tangentes curuam BCD ducantur BH, DH, quæ omninò mutuò se secabunt in puncto H (ob conditiones in ipsa Theorematis expositione vltimo loco positas) atque ex E, G ipsis BH, DH agantur æquidistantes, quæ iunctæ, AH simul occurrent in I, curuamque EFG contingent pariter ad E, G (quæ omnia si opus fuerit, facilè demonstrabuntur) ac insuper, si à puncto C, in quo iuncta AH secat arcum BCD, agatur tangens LM primas BH, DH secans in LM; Per F verò, in quo AICH secat arcum EFG agatur NO parallela tangenti LM, quæ curuam pariter EFG tanget ad F, ac tangentes EI, GI secabit ad NO: & si iunctis insuper AL, AM, eadem, quam nunc explicauimus, continuetur constructio per alias, atque alias tangentes, ac parallelas Tab.6.fig.5.

&c. sic enim vnicuique harum curuarum circumscribetur rectilineum, primò ex binis tangentibus, secundò ex tribus, tertiò ex quinque, quartò ex septem, & sic vlteriùs iuxta reliquos impares numeros successiuè sumptos; atque omnia paria talium æquidistantium tangentium eam semper inter se rationem seruabunt, quam habent chordæ BD, EG, seu quam habent rectæ BA, EA, eruntq; inter se æqualiter inclinatæ; adeoq; tempora decursuum grauium B, E tam per summas binarum tangentium BH, HD, EI, IG, quàm per minores summas, ex quinque simul chordis vtrinque sumptas, aut quàm per alias semper minores summas huiusmodi tangentium iuxta quantumuis maiorem numerum imparem æquè multipliciter sumptarum, erunt perpetuò proportionalia temporibus decursuum per chordas BD, EG; & hoc semper, etiamsi per huiusmodi decrementa aggregatorum ex tangentibus vtrinque æquèmultipliciter sumptis, deueniatur ad vltimas, ac breuissimas ipsis arcubus circumscriptiones polygonorum ex lateribus numero innumerabiliter æquèmultiplicibus, hoc est ad ipsos similes, similiterque positos arcus BCD, EFG, quorum singula homologorum laterum, seu punctorum paria, vt B, & E; C et F; D, et G &c. haberi possunt tanquam tot paria parallelarum, ac proportionalium tangentium ipsos similes, ac similiter positos arcus constituentia. Quapropter ratio quoq; temporum decursuum per ipsos arcus, similis erit rationi temporum decursuum per chordas; sed horum decursuum ratio subdupla est rationis inter ipsas chordas. Quare, & alia hac methodo constaret propositum.

Hactenus grauissimus Vir; superest modò, vt quemadmodum annuimus, veritatem eandem nostra quoque methodo, confirmemus, vt ijs, quibus satis probat demonstratio allata, sit nostra, quam afferemus, in experimentum traditarum hùc vsq; rerum; & quibus secùs acciderit ex aliqua dubitatione, hæc per demonstrationes nostras prorsus, statimq; tollatur. Illud etiam admoneo, eam rem non tantum me ostensurum,

vt

*vt pulcherrima, vtilimaq; veritas pluribus demonstrationibus aperiatur; verùm potius vt amplissima Methodus, qua tum vtemur, aliorum motuum demonstrandorum in exemplum veniat.*

## PROP. XVI. THEOR. XII.

IN eadem recta CD coeant duæ planæ, interseq; similes, ac prorsus æquales figuræ ADCA, BDCB, & quidem ita, vt ab eodem puncto M si ducatur MH parallela CA, et ML ipsi CB, sit semper MH æqualis ML, quemadmodum æquales sunt interse CA, CB. Dico (si concipiatur solidum eius indolis, vt ductis rectis BA, LH cadant istæ omninò in solidi istius superficie; ipsum verò solidum, quod sit BADC, secetur plano quolibet æquidistante figuræ BCD) fore, vt sectio ista KFEIK, sit prorsus similis, æqualisque alteri conterminæ AEI; sed opportet, vt palam est, coeuntes illæ figuræ non in eodem plano reperiantur. *Tab. 6. fig. 7.*

Cum duo plana inuicem parallela KIE, BCD secent alia duo interse item parallela ACB, HML, erunt communes sectiones, interse omnes æquidistantes rectæ lineæ KI, GF, ML, CB. Cum verò ob naturam solidi, sectiones BAC, LHM triangula sint rectilinea, erit vt BC ad CA, ita KI ad IA. Sunt autem priores interse æquales, ergo & postremæ KI, AI interse æquabuntur. Eademque ratione sunt æquales HG, GF: & quoniam ob similitudinem figurarum angulus BCD æquatur angulo ACD, & angulus BCD æqualis angulo KIE (nam etiam CD, IE sunt rectæ æquidistantes, cum nempe sint communes sectiones plani DCA secantis duo æquidistantia KIE, BCD) ergo cum angulus pariter ACD æquet angulum AIE, erunt anguli KIE, AIE, et FGE, HGF æquales. Quod &c.

PROP.

## PROP. XVII. THEOR. XIII.

Iisdem manentibus. Dico triangula ACB, LHM esse similia. Sunt enim parallelæ &c. interse tam rectæ CB, ML, quàm CA, MH; ideo anguli ACB, HML interse æquabuntur, & sunt circa eos proportionalia latera, nempe BC ad CA, vt LM, MH; ergo constat propositum.

*Corollarium.*

*Simul constat rectas AB, LH interse æquidistare.*

## PROP. XVIII. THEOR. XIV.

Iisdem vt supra manentibus, ita tamen vt ACD sit angulus rectus (sic enim DC perpendicularis erit duabus AC, CB) Dico solidum huiusmodi ad prisma, cuius basis ABC, & altitudo CD eandem habere rationem, quam solidum rotundum ortum ex rotatione figuræ CAD circa axem CD ad cylindrum genitum ex conuersione rectanguli AC in CD circa eundem axem.

Tab.6. Fig.8. Compleatur ipsum prisma, & sit quidem AQDPBC, quod secetur vnà cum proposito solido per quoduis planum basi ACB æquidistans: fiet in prismate sectio triangulum OMN simile, æqualeque ipsi ACB, & in altero solido triangulum LHM eidem ACB simile. Triangulum ACB prismatis ad triãgulum idem solido proposito commune, est vt circulus radio CA descriptus ad circulum eundem; Item triangulum NOM sectio prismatis est ad triangulum LHM sectionem propositi solidi, vt circulus ex radio MO descriptus ad circulum radio MH. Cum deinde idem dicatur de alijs omnibus sectionibus prismatis, & pro-

propositi solidi erunt omnes simul primæ, quæ interse æquales sunt, ad omnes simul secundas vt omnes tertiæ, his partibus interse æqualibus, ad omnes quartas; scilicet erunt omnia triangula prismatis, seu ipsum prisma ad omnia triangula propositi solidi, seu ad ipsum solidum, vt omnes circuli eius cylindri, qui oritur ex conuersione figuræ ADCA circa axem CD, hoc est vt ipsum solidum rotundum, seu cylindrus ad omnes simul circulos solidi rotundi geniti ex rotatione figuræ AHDCA circa axem ipsũ CD, seu ad ipsum propositum solidum. Quod &c.

*lemma 18. in libro de dim. parab. Euang. Torricel.*

## PROP. XIX. THEOR. XV.

ET rursus ipsa manente figura patet, si ducantur HR, LS parallelæ MD, fore non solum figuram AHDPA, similem, ac æqualem BLDQB; verùm etiam APRHA ipsi BLSQB: Cum ita sit, aio, eundem cylindrum ad solidum rotundum genitum, ex volutatione figuræ APD circa eundem axem CD eandem rationem habere, ac prisma prædictũ, cuius basis ACB, altitudo AP ad solidum, quod superest ex ipso prismate, dempto solido ACBLDHA.

Nam ex præterita propositione nouimus, dictum prisma ad solidum eius partem ACBLDHA esse vt cylindrus ortus ex conuersione rectanguli CP circa axem CD ad partem eius rotundum circa axem eundem CD conuersa figura ADC, ergo per conuersionem rationis, erit id quod proposuimus.

## DEF. IV.

QVodcunque ex dictis propositis solidis vocetur ab ea figura, iuxta quam intelligitur ortum. Scilicet ACBLDHA dicatur à figura AHDCA, & alterum, quod fuit residuum prædictum dicatur à figura AHDPA.

## PROP. XX. THEOR. XVI.

*Tab.6. Fig.9.* SI à quibuscunque figuris fuerint duo solida, hæc interse erunt vt solida alia genita ex conuersione illarum figurarum circa communem sectionem similium, æqualium, ac interse coeuntium figurarum.

Solidum à figura ABC sit CAFDBC, & quod est à figura GLH esto HGILH. Dico illud ad hoc solidum esse vt rotundum natum ex conuersione figuræ ABC circa axem CE ad rotundum ortum ex cõuersione figuræ GLH circa axem HL. Opportet tamen angulos ACF, GHI æquales esse. Intelligantur prismata triangularia, quorum bases ACF, GHI, & altitudines CE, HL; hoc est sint ipsa solida prismatica AFCEBD, GIHLMK. Solidum à figu-
*18. huius.* ra ABC ad prisma AFCEBD habet eandem rationem, quam solidum rotundum ortum ex conuersione figuræ ABC circa axem CE ad cylindrum natum ex rotatione ABEC circa eundem axem CE; hic verò cylindrus ad cylindrum alium natum ex rotatione rectanguli GMLH circa axem HL est vt prisma, cuius basis ACF, altitudineque CE ad alterum prisma basem habens GHI similem ipsi CF (nam circa angulos æquales H, C sunt latera etiam proportionalia, nempe æqualia) & altitudinem HL. Solidum præterea, hoc est prisma GKHM ad solidum, quod est à
*Ex eadem.* plano GLH habet eandem rationem, ac cylindrus, qui fit ex conuersione rectanguli HM circa axem HL ad solidum rotundum ortum ex circumactione figuræ GLH circa ipsum axem HL, ergo ex æquali erit solidum à figura ABC ad solidum à figura GLH, vt rotundum ex rotatione figuræ ABC circa axem CE ad rotundum alterum ex conuersione alterius figuræ GLH circa axem HL. Quod &c.

PROP.

## PROP. XXI. THEOR. XVI.

PRopoſitis iiſdem ſolidis, erunt inter ſe, vt momenta figurarum à quibus ſunt, quæ tamen figuræ ſuſpenſæ ſint ex longitudinibus deductis ab ipſarum grauitatum centris vſque ad coeuntium figurarum communes illas ſectiones.

Figuræ, à quibus ſunt ſolida, ponantur ABC, GLH, cētra grauitatum illarum M, N; axes, ſiue communes ſectiones coeuntium binarum interſe ſimilium, ac æqualium figurarum à quibus dicuntur ipſa ſolida; & demum MO, NP perpendiculares ſint ab ipſis centris ad illas communes ſectiones deductæ CE, HL. Dico, ſolidum à plana figura ABC ad ſolidum à plana GHL eandem habere rationem, ac momentum figuræ ABC pendentis ex MO ad momentum alterius figuræ ſuſpenſæ ex NP, ſunt enim hæc ſolida interſe, vt rotunda, quorum genetrices figuræ ABC, GLH circa axes CE, HL, huiuſmodi verò ſolida ſunt vt momenta propoſita; ergo ſolidum à plana figura ABC ad ſolidum à plana GLH, erit vt momentum figuræ ABC ſuſpenſæ ex MO ad momentum GLH pendentis ex NP. Quod &c.

*Tab.6.fig.10.*

*pr.20.huius.*

*Tor.lem.31. in libro dimen.parabolæ*

### *Corollarium.*

*Cum ipſa illa momenta nectantur ex rationibus figurarum ABC, GLH, & ex longitudinibus, ex quibus pendent ipſæ figuræ (nam habentur vt grauia) ex iiſdem etiam rationibus componentur ſolida, quæ ſunt ab ipſis figuris.*

*Ex mechanicis,*

## PROP. XXII. THEOR. XVII.

*Tab.7.fig.1.* IMagines velocitatum, ſeu ſpatia, quæ curruntur accele-ratis motibus, ſunt vt ſolida ab imaginibus ſimplicium motuum, ex quibus ipſi gignuntur accelerati.

Sint imagines ſimplicium motuum ABC, GLH, & ſoli-da ab ipſis imaginibus (angulis ACQ, GHD ſemper re-ctis,aut ſaltem æqualibus) intelligantur ABCRQ, GLHD. Dico, vt ſunt interſe iſta ſolida, ſic eſſe homologè ſpatium exactum tempore AC motu accelerato ex ſimplici motu imaginis ABC ad ſpatium tranſactum tempore GH motu item accelerato ex ſimplici imagine priori homogenea GLH: ſecetur ſolidum ABCRQ plano æquidiſtanti QCR, *16.huius.* quod faciat in ſolido ipſo ſectionem TSVX: erit hæc figu-ra prorſus ſimilis, ac æqualis conterminæ ABVI; quare *4. huius,* cum in accelerato motu velocitas, quæ habetur momen-to C ad velocitatem momento S ſit vt imago ABC ſim-*16.huius.* plex ad ſegmentum eius ABVS: erit etiam QCR æqualis ABC ad ſectionem ſolidi TSVX, quæ æquatur ABVS, vt illa eadem velocitas momento C mobili inhærens ad ve-locitatem momento S alterius accelerati motus. Eſt au-*Def..3. primi huius.* tem ſectio TSVX ad libitum ſumpta; ergo ſolidum ABC-QR poteſt ſumi merito vt imago velocitatum accelerati *& Def. 1. huius vnà cum pr.4. huius.* motus, cuius ſimplex imago ABC: & eodem modo ſoli-dum alterum vicem geret imaginis velocitatum alterius motus ex ſimplici imagine GLH, itaque erit ob homoge-neitatem ſpatium tranſactum motu accelerato iuxta ſim-plicem imaginem ABC ad ſpatium tranſactum motu ac-celerato iuxta ſimplicem imaginem GLH, tẽporibus AC, GH, vt ſolidum ABCQR ad ALHD,

PROP.

## PROP. XXIII. THEOR. XVIII.

SInt nunc CE, HL communes sectiones imaginum simplicium ABC, GLH, si extenderentur cum suis æqualibus, ac similibus coeuntibus figuris. Esto pariter M centrum grauitatis imaginis ABC, et N grauitatis alterius imaginis GLH; actis demùm MO, NP perpendicularibus ad ipsas CE, HL. Dico, spatium accelerati motus ab imagine simplici ABC ad spatiũ accelerati alterius motus ab imagine simplici GLH componi ex ratione imaginis ABC ad imaginem GLH, & ex ea perpendicularis MO ad perpendicularem NP. Cum hæc ipsa spatia sint ostensa, vt solida à figuris ABC, GLH; hæc verò sunt vt momenta ipsarum figurarum suspensarum ex MO, NP. Ergo quemadmodum momenta ista nectuntur ex rationibus figurarum tanquam magnitudinum ABC ad LGH, & distantiarum MO ad NP, ita pariter ex his nectentur proposita spatia.

*Tab. 7. Fig. 2.* *21. huius.* *20. huius.* *Ex mechanicis.*

### *Corollarium.*

*Patet communes sectiones CE, HL esse æquidistantes applicatis AB, HL, quæ in imaginibus sumuntur perpendiculares rectis AC, GH; nam HL est recta, in quam coeunt figuræ planæ similes, ac æquales.* *Pr 2. primæ huius.*

## PROP. XXIV. THEOR. XIX.

SI imagines simplicium motuum fuerint similes, similiterque suspensæ, imagines velocitatum acceleratorum motuum erunt in triplicata ratione temporum simplicium motuum, aut in triplicata homologarum, vel extremarum velocitatum eorundem simplicium motuum.

Cum centra grauitatum similium imaginum, seu figu- *Tab. 7. Fig. 3.*

rarum, ſint puncta in iiſdem figuris ſimiliter poſita, ponuntur verò imagines ſimiliter ſuſpenſæ, ergo ſequitur ipſas longitudines eſſe vt latera homologa dictarum imaginum, ſcilicet vt tempus AC ad tempus FG, vel vt extremæ velocitates BC ad KE. Quamobrem imagines ipſæ, cum ſint in duplicata ratione laterum homologorum, ſi huic duplicatæ addatur alia ratio ſimilis rationi longitudinum, fiet ratio imaginum velocitatum, ſeu ſpatiorum acceleratorum motuum ex ſimplicibus illis deriuantium triplicata temporum, vel extremarum velocitatum ſimplicium motuum.

## PROP. XXV. THEOR. XX.

SI verò ſimplices motus extiterint ſimiles, æqualibuſq; temporibus abſoluantur, imagines acceleratorum motuum erunt in ſola ratione amplitudinum imaginum ſimplicium. *Tab. 7. fig. 4.*

Sint imagines ſimilium, ac ſimplicium motuum BAC, KFG, quarum grauitatis centra D, H, erunt ex hypotheſi
*8. primi huius* tempora AC, FG æqualia; & ideo ſpatia, ſcilicet imagines
*2. primi huius* velocitatum BAC, KFG habebunt eandem rationem, quam ſummæ, aut extremæ motuum ſimplicium velocitates, ſcilicet, quam amplitudines imaginum, ſeu geneſum: ſunt verò diſtantiæ DE, HI pariter æquales, quia AC, FG
*23. huius.* æquales ſunt; ergo cum ſpatia acceleratorum motuum nectantur ex imaginibus ſimplicium motuum ABC, KFG, & ex diſtantijs DE ad HI, liquet ipſa ſpatia eſſe in vnica, ſolaque ratione amplitudinum BC, KG, aut amplitudinum geneſum.

## PROP. XXVI. THEOR. XX.

ATſi ſimplicium, ſimiliumque motuum fuerint imagines æquè amplæ, imagines acceleratorum motuum,

ſiue

siue tempora erunt in duplicata ratione temporum isto-rum, vel illorum motuum.

Amplitudines imaginum simplicium, velocitatumque BAC, KFG sunto BC, KG, quæ æquales sint. Dico spatia acceleratorum motuum ab illis simplicibus imaginibus fore in duplicata ratione temporum AC ad FG (quę semper in acceleratis ponuntur eadem, ac in simplicibus, nec aliter esse possunt.) Vt FG ad GK, ita sit AC ad CL, & intelligatur LAC imago alterius motus similis motui, cuius imago BAC, vel KFG. Facilè demonstrabitur ipsam figuram LAC similem esse ipsi KFG, & ad BAC eandem habere rationem, quam LC ad BC. Cum ergo imago BAC ad imaginem KFG componatur ex ratione imaginis BAC ad LAC (quæ sunt vt BC ad CL) & ex ratione imaginis ALC ad imaginem KFG, quæ sunt in ratione composita LC ad KG, et AC ad FG: priores verò duæ rationes componunt vnicam æqualitatis, ergo relinquitur, imaginem BAC ad imaginem KFG esse vt AC ad FG; spatium verò accelerati motus ex simplici imagine BAC ad acceleratum ex simplici KFG nectitur ex ratione imaginum simplicium ipsarum, & ex ea distantiarum DE, HI à centris grauitatum deductarum D, H, et sunt hæ rectæ in eadem ratione, ac altitudines AC, FG (nam in figuris, seu imaginibus similium motuum BAC, LAC centra grauitatum sunt in eadem recta parallela ipsi BC, & in LAC, KFG sunt in punctis similiter positis, adeout, sicut positum est, ratio ipsarum distantiarum in ipsis figuris LAC, KFG, seu BAC, KEG eadem sit, ac laterum homologorum LC ad KG, vel AC ad FG) ergo spatium accelerati motus ex simplici imagine KFG, erit vt quadratum ex AC ad quadratum ex FG, nempe in duplicata ratione temporum simplicium motuum.

*Tab. 7. fig. 5.*

*Def. 7. primi huius.*

*23. huius.*

PROP.

## PROP. XXVII. THEOR. XXI.

*Tab.7.fig.6.* DEmùm ſi ſint imagines, quæcunque velocitatum ſimplicium, ſimiliumque motuum, imagines acceleratorum motuum, ſeu ſpatia ijs motibus exacta componentur ex duplicata temporum ratione, & ex ea amplitudinum, vel applicatarum homologarum earundem imaginum.

Imagines ſimilium, ſimpliciumque motuum ſint BAC, KFG. Dico, imagines acceleratorum motuum ab illis ſimplicibus deriuantium habere rationem compoſitam ex duplicata temporum AC ad FG, & amplitudinum imaginum dictarum, vel geneſum. Intelligatur alius ſimilis motus, cuius velocitatum imago ſit DFG æquèampla, ac homogenea ipſi BCA; nimirum ſit DG æqualis BC. Quoniam imago accelerati motus ex ſimplici imagine BA ad imaginem accelerati ex ſimplici imagine KFG componitur ex ratione imaginis accelerati motus, cuius ſimplex imago BAC ad imaginem accelerati motus ex ſimplici DFG, & ex imagine huius accelerati motus ad accelerati imaginem à ſimplici KFG; eſt autem prior ratio imaginum, ſeu ſpatiorum acceleratis motibus percurſorum ipſa temporum duplicata AC ad FG, & altera dictarum imaginum, ſeu ſpatiorum item acceleratis motibus confectorum, & quorum ſimplices imagines ſunt DFG, KFG, eſt eadem, ac ratio amplitudinum DG, ſeu BC ad KG. Ergo cum iſtæ amplitudines ſint eædem, ac illæ geneſum, conſtat propoſitam rationem acceleratorum motuum ex ſimplicibus imaginibus BAC, KFG habere rationem compoſitam ex duplicata temporum AC ad FG, & ex ea amplitudinum imaginum ſimplicium BC ad KG, ſeu amplitudinum geneſum. Quod &c.

*Pr.26 huius.* *25. huius.*

PROP.

## PROP. XXVIII. THEOR. XXII.

SI geneses similium, simpliciumque motuum fuerint æquèamplæ, imagines acceleratorum motuum erunt in duplicata ratione temporum, vel altitudinum ipsarum genesum.

Geneses similium, ac simplicium motuum sunto ABC, DEF, quarum amplitudines æquales sint AC, DF. Dico, imagines, siue spatia acceleratorum motuum esse in duplicata ratione temporum, vel altitudinum BC ad EF. Cum AC, DF sint gradus velocitatum in extremitatibus simplicium decursuum, etiam imagines velocitatum, iuxta ipsas geneses, quæ sint interse homogeneæ, erunt æquèamplæ, & sunt similium motuum; ergo imagines acceleratorum motuum, iuxta simplices illas geneses, aut imagines æquèamplas erunt in duplicata ratione temporum: sunt autem imagines velocitatum æquèamplæ, similiumque motuum, hoc est spatia BC ad EF vt ipsa tempora; ergo spatia acceleratorum, propositorumque motuum erunt in ratione duplicata altitudinum BC, EF simplicium genesum, ABC, DEF. Quod &c.

*Tab.7. Fig.7.*

*26.huius.*

*26.huius.*

## PROP. XXIX. THEOR. XXIII.

SI geneses similium, simpliciumque motuum fuerint æquèaltæ, imagines, siue spatia, acceleratorum motuum erunt vt tempora, vel reciprocè vt amplitudines genesum ipsorum simplicium motuum.

Geneses similium, simpliciumque motuum, ac interse homogeneæ sint BAC, DEF, quæ habeant altitudines AC, EF æquales. Dico, imagines acceleratorum motuum esse inter se, vt tempora dictorum simplicium motuum, vel reciprocè vt amplitudines ipsarum genesum. Concipiantur

*Tab.7.fig.8.*

tur

tur imagines velocitatum simpliciũ motuum, scilicet GHI iuxta genesim BAC, et MKL iuxta alterã genesim DEF, & quia, vtpotè homogeneę, sunt inter se vt spatia ęqualia AC ad EF, erũt ipsæ imagines ęquales inter se, cũ verò ob simili tudinẽ motuum eæ ipsæ imagines nectantur ex rationibus GI ad ML, & ex ea, quam habet HI ad KL, sequitur esse GI ad ML, vt KL ad IH, & demum quia acceleratorum motuum spatia à simplicibus imaginibus GHI, MKL nectuntur ex duplicata temporum HI ad KL, & ex ea ampli-
27. huius. tudinum GI ad ML, siue ex ea, quam habet KL ad HI, relinquitur, spatia acceleratis illis motibus confecta esse in sola, vnicaq; ratione temporum HI ad KL, vel in ei ęquali ratione, reciproca amplitudinum imaginum ML ad GI, vel genesum DF ad BC. Quod &c.

## PROP. XXX. THEOR. XXIV.

QVæcunque fuerint geneses similium, simpliciumque motuum, dum interse homogeneæ, spatia acceleratis motibus ex illis simplicibus exacta nectentur ex duplicata ratione altitudinum, & reciproca amplitudinum earundem simplicium genesum,

Tab.7.fig.6. Sint quæcunque similium motuum geneses BAC, KFG. Dico, spatia acceleratorum motuum, ab ijs simplicibus deriuantium, componi ex duplicata ratione altitudinum AC ad FG, & ex ratione extremarum velocitatum, seu amplitudinum reciprocè sumptarum ipsarum genesum: esto alia genesis DFG illis homogenea, & motu pariter similis cum ijsdem genesibus. Eadem sit amplitudine æqualis BAC,
28. huius. & altitudo eius sit FG, spatia acceleratorum motuum ex simplicibus genesibus æquales amplitudines habentibus, & similium motuum BAC, DFG sunt in duplicata ratione rectarum, seu altitudinum AC ad FG, & spatia accelera-
29. huius. torum

torum motuum ex ſimplicibus geneſibus, quæ ſint in eadem altitudine DFG, KFG, ſunt in reciproca ratione amplitudinum, ſeu primarum velocitatum KG ad DG, vel BC; ex æquali igitur ſpatia acceleratorum motuum ex propoſitis ſimplicibus geneſibus BAC, KFG nectentur ex ratione duplicata altitudinum AC ad FG, & reciproca amplitudinum KG ad BC earundem geneſum BAC, KFG. Quod &c.

### *Scholium.*

*At quia in ſpatijs, quæ accelerato motu peraguntur; non ſeruatur ratio altitudinum geneſum ſimplicium, ex quo oritur in hac methodo quædam percipiendi dificultas; ideo ſequenti problemate, alijſque iam notis veritatibus, rem planè illuſtrabimus, ac ſimul doctrinæ vſum trademus.*

## PROP. XXXI. PROB. VI.

EX datis ſpatijs accelerato motu confectis, cognitiſque primis, aut poſtremis ſimilium, ſimpliciumque motuum velocitatibus, reperire tempora ipſorum decurſuum.

Spatia motibus acceleratis exacta ſunt C, D, & velotates, ſeu amplitudines geneſum ponantur eſſe A, B, ſcilicet A principio motus per C, & B initio motus per D, quæritur ratio temporum, quibus exiguntur propoſita ſpatia. *Tab. 8. Fig. 1.* Vt A ad B, ita fiat C ad E, & inter E, et D ſumatur F media proportionalis. Dico ipſa tempora eſſe vt E ad F. Componuntur ſpatia acceleratis motibus exacta ex ratione quadratorum temporum, & ex ea amplitudinum, ſeu homologarum velocitatum in ſimplicibus motibus, ſimilibuſque ſumptarum; & ideo temporum quadrata nectentur ex ratione ſpatiorum C ad D, & ex reciproca amplitu-

*27. huius.* *lem. pr. 3. primi huius.*

K tu-

tudinum E ad C; temporum igitur quadrata erunt vt E ad D, ipsa verò tempora vt E ad F. Quod &c.

## PROP. XXXII. PROB. VII.

EX datis spatijs accelerato motu transactis, datis item primis velocitatibus similium, simpliciumque motuum, inuenire altitudines simplicium genesum, ex quibus proposita spatia effecta sunt.

*Tab.7.fig.1.* Spatia sint E, D reliquis, vt supra, manentibus: quoniam spatia accelerato motu transacta componuntur ex rationibus amplitudinum genesum simplicium, *similiumque motuum reciprocè sumptarum B ad A, siue E ad C, & ex ea quadratorum altitudinum ipsarum genesum; erit ratio dictarum altitudinum duplicata C ad D; quare F, si sit media proportionalis, non inter E, & D (vt antea posuimus) sed inter C ad D; erit sanè C ad F ratio altitudinum genesum simplicium, similiumque motuum, quam querebamus.

*30.huius.*

### *Exemplum primum:* Prop. XXXIII

SI idem graue naturaliter cadens percurrerit à quietè duo spatia; tempora erunt in ratione subduplicata corundem spatiorum.

Ex Cor. pr:4. huius constat rectangula esse geneses simplicium motuum grauium naturaliter descendentium, & ex def. 7. primi liquet easdem geneses esse motuum similium. Cumque eiusdem mobilis naturaliter cadentis velocitas à quiete sit vna, eademque; simplices motus erunt ij, vt genesum similium, simpliciumque motuum amplitudines æquales sint, proptereaque, vt in figura præcedentis propositionis æquales erunt C, E, atque adeo spatium C, siue E ad D erit in duplicata ratione temporum E ad F.

*Exem-*

*Exemplum II.*

## PROP. XXXIV. THEOR. XXVII.

Tempora similium vibrationum sunt in subduplicata ratione arcuum exactorum, seu longitudinum pendulorum, quorum sunt vibrationes. Sint grauia pendula LA, LF, quæ ab eadem recta LF discedentia currant suspensa ex L duos similes arcus circulares FI, AC. Dico tempora horum descensuum esse in ratione subduplicata arcuum FI, AC, seu longitudinum filorum, aut hastularum FA, LA. Ducamus quamcumque rectam LBG, erit AB ad BC, vt FG ad GI, & cum præterea velocitates pendulorum a quiete in A, F sint æquales, pariterque velocitates æquales a quiete in B, G; erit velocitas in A ad velocitatem in B, vt velocitas in F ad velocitatem in G, quare consideratis arcubus ABC, FGI, vt altitudines rectę, (quæ item forent in B, G proportionaliter sectę) genesum similium simpliciumque motuum, quarum amplitudines æquales sunt, erunt spatia in acceleratis decursubus per FI, AC in ratione duplicata temporum, scilicet ipsi arcus, aut longitudines LF, LA erunt in ratione duplicata temporum. Quod &c. *Tab. 8. fig. 2.* *Def. 7. primi.*

Idem demonstratum esset beneficio imaginum, quæ vtpote eorundem illorum motuum simplicium, forent etiam similium, & sunt amplitudines æquales, etenim eædem sunt, ac genesum; ergo rursus spatia, hoc est arcus ABC, FGI, nempe longitudines filorum IF, AC erunt in ratione duplicata temporum. Quod &c.

## Scholium.

*Vides, quàm breuiter rei difficillimæ demonstrationem attulimus, nec dubium, quin illa extendi queat ad quascumque lineas decursuum, dummodo similes, ac similiter positas in ijsdem, vel æqualibus ab horizonte planis eleuatis, quemadmodum Dominus Viuianus pulcherrimè proposuit.*

## Exemplum III.

## PROP. XXXV. THEOR. XXVIII.

Tab. 8. fig. 3. TEmpora lationum à quiete per plana eandem eleuationem habentia sunt homologè vt longitudines planorum.

Sint plana AB, AC eandem eleuationem AD habentia. Dico tempus lationis per AC ad id per AB esse vt AC ad AB. (hæc Torricellij propositio, expositioq; est, hancque eandem veritatem ex nostris principijs demonstrare visũ est, non vt de re illa dubitemus, immò contrà, quòd de ea plenè satisfacti simus, ex eo rursus demonstrandam suscepimus, vt exinde methodus nostra, quàm vera sit, elucescat) Momentum descensus inplano AC ad id descensus super plano AB est vt AB ad AC; sunt autem descendentiũ grauium, etiam super planis inclinatis motus, quos simplices appellamus, inter se similes, nempe quorum geneses sunt rectangula; ergo habebimus simplices geneses, vnam, cuius altitudo AC amplitudoque AB; alteram, cuius amplitudo AC, altitudo autem AB; itaque propositis spatijs AC, AB, primisque velocitatibus AB, AC, si fiat AB ad AC vt CA ad EA, erit EA ad AB duplicata tẽporum, & ideo ratio temporum per AC, AB erit CA ad AB. Quod &c.

*Tor. pr. 2. de motu grauiũ.* *Cor. pr. 4. huius.* *31. vel 27. hu.*

Exem-

*Exemplum IV.*

## PROP. XXXVI. THEOR. XXIX.

IIsdem prorsus manentibus demonstrarunt Gallileus, ac Torricellius, gradus velocitatum acquisitos in B, et C eiusdem mobilis descendentis à quiete in A pares esse; idipsum nos ostendemus.

Cum tempora sint vt AC ad AB, & velocitates à quiete in ratione reciproca temporum, scilicet vt AB ad AC, *Tab.8.fig.4. 33.huius.* sint deinde velocitates eæ vt amplitudines imaginum simplicium, similiumque illorum motuum( nam amplitudines imaginum velocitatum sunt prorsus eædem, ac illæ genesum) erunt ipsæ imagines simplicium motuum æquales; nam tempora, quæ summuntur vt altitudines imaginum reciprocantur, vt dictum est, amplitudinibus, seu primis à *4.huius.* quiete velocitatibus, at in motibus acceleratis ipsæ integræ imagines simplicium motuum sunt loco graduum velocitatum in extremo spatiorum acquisitorum; ergo in B, et C gradus velocitatum æquales erunt.

## PROP. XXXVII. THEOR. XXX.

SI æqualia pondera, suspensa sint ex filis, quorum partes interse æquales, præ tractione æqualiter elongenter tempora in reditu ipsorum filorum, cum ab ipsis grauibus statim liberantur, æqualia erunt. Hoc primùm demõstrabimus alia via, tum methodo nostra, vt de ea aliud *Tab.8.fig.5.* exemplum tradamus. Sint funiculi AB, DC, & ex ijs pendeant æqualia grauia B, C, adeo vt sumptis hinc indè partibus æqualibus eorundem funiculorum, constet ipsas æqualiter ab ipsis grauibus trahi, atque produci. Dico, si elongationes sint HB, GC, & omnibus sic stantibus pondera

dera

dera submoueantur ex B, et C funiculis cæsis, fore vt eædem extremitates restituantur in H, et G æqualibus temporibus. Sit AE æqualis DC, erit porrò elongatio facta per idem graue B, quæ sit EF, æqualis GC; propterea liberatis funiculis ad B, et C, eodem tempore restituetur C in G, ac E in F, quo tempore etiam B in H restitutum fuerit; nam vno puncto in primum suum locum redito, etiam alia singula in suum locum peruenisse, opportebit.

## *Exemplum.*

HAc occasione de funiculis erit non iniucunda disertatio, remque sic adhuc intactam promouebimus, simulque demonstrabimus.

Idipsum propositum nostris principijs sic demonstramus.

Sint eadē, quæ supra, scilicet conceptis in filo AB quotlibet partibus interse æqualibus, lōgitudineque totam implentibus, hæ singulæ æqualiter à pondere B trahentur, eritque BH summa omnium dictarum partium elongationum, & eodem pacto EF erit summa elongationum partiū omnium in AE contentarum, ab eodemque pondere effectarum; propterea vt AB ad BH, ita erit AE ad EF; quamobrem velocitas etiam puncti B sublato pondere B erit ad velocitatem puncti E ob eandem detractionem, vt BH ad EF, vel BA ad EA (nam quot sunt partes conceptę in vtraque fili longitudine, totidem sunt etiam impetus inter se æquales) idem ostenderemus si loco ponderis B, minus quodcumque suspenderemus, vt scilicet puncta B, et E ad quemuis locum superius remanerent, librarenturque cum resistentijs partiū eò elongatarum, ergo transitus ex B in H, & puncti E in F subducto pondere B erunt motus similium simpliciumque; sed motus ex C in G exempto pondere C est prorsus idem, ac motus E in F, ergo motus similes, ac sim- *pr.4.huius.*

ſimplices ex B in H, & ex C in G, ex quibus fiunt accelerati, geneſes habebunt, quarum primæ velocitates, ſeu amplitudines proportionales ſunt altitudinibus earundem, ſpatijs nimirum CG, BH accelerato motu exigendis; quamobrem componentur ex ratione ipſarum velocitatum, ſeu amplitudinum CG ad BH, & ex ea quadratorum temporum, quæ proinde æqualitatis erit; itaque etiam huius ſubduplicata; hoc eſt tempora in tranſitibus accelarato motu exactis, erunt paria.

*Corollarium.*

*Hinc patet, vbi æquè craſſis filis eiuſdemque materiei vel cedentiæ ſuſpenſa ſint æqualia pondera, tunc primas velocitates, ſubductis ponderibus, fore in eadem ratione elongationũ, vel longitudinum filorum.*

## PROP. XXXVIII. THEOR. XXXI.

SI extremitatibus funiculorum ex vna parte firmatorũ, ac eandem craſſitiem habentium, nec non eiuſdem cædentiæ exiſtentium, fuerint ſuſpenſa æqualia pondera, quæ inde ijſdem longitudinibus ſeruatis, quomodo oportet tollantur, erunt ſpatia recurſuum, temporibus ſimplicium motuum exacta in ratione longitudinum pendulorum.

Sit funiculus AC æquè craſſus ac BD, & ſuſpenſis hinc inde ponderibus æqualibus, elongatio primi funiculi ſit CE, & alterius ſit DF. Dico ſpatia temporibus ſimplicium imaginum, ab extremitatibus ſolutis exacta, fore in ratione longitudinum ipſorum funiculorum.

Iam conſtat CE ad DF eſſe, vt AC ad BD, in qua ratione ſunt etiam velocitates à quiete, dum pondera ſubducerentur ex E, et F, vel ex alijs punctis quibuſcunque ſi æqualia

pondera suspensa fuissent maioris, vel minoris ponderis, sic enim concipiuntur geneses similium, simpliciumque motuum, quarum altitudines æquantur elongationibus funiculorum; propterea spatia recursuum temporibus simplicium motuum exacta, nectentur ex rationibus duplicata CE ad DF, hoc est AC ad BD, & ex reciproca filorum, scilicet BD ad AC, quæ ratio, vti diximus, est reciproca primarum velocitatum, seu amplitudinum genesum simplicium, ergo ipsa spatia in reditu filorum ab extremitatibus solutis exacta, erunt vt AC ad BF, seu vt CE ad DF. Quod &c.

## PROP. XXXIX. THEOR. XXXI.

TEmpora simplicium, similiumque dictorum motuum sunt æqualia.

Nam cor. 2. pr. 8. huius primi demonstratum est, tempora simplicium, similiumque motuum componi ex ratione spatiorum, seu altitudinum genesum, & reciproca primarum, aut extremarum velocitatum, seu amplitudinum genesum: sunt autem altitudines genesum tractiones, seu elongationes funiculorum, quæ sunt vt longitudines funiculorum, ergo tempora æqualia erunt.

### *Corollarium.*

*Constat, tempora simplicium genesum in tractionibus funiculorum, esse composita ex ratione elongationum funiculorum, & ex reciproca primarum velocitatum.*

## *Scholium.*

*Superioris propositionis veritas concordat cum prop. 37. huius, in eo tantum variatur, quod ibi ponuntur data spatia elongationes funiculorum, hic verò tempora simplicium motuum, & quia elungationes ostensæ sunt proportionales spatijs nunc exactis, manifestum est, nostri iuris esse modò spatia acceleratis motibus exacta ex temporibus simplicium motuũ datis concludere, modò contrà, ex spatijs altitudinibus genesum proportionalibus, quæ item data sunt, tempora inuenire, quæ proinde methodus mihi videtur amplissima.*

## PROP. *XXXX.* THEOR. *XXXIII.*

SI eiusdem crassitiei funiculis pondera dependeant, quę sint in ratione reciproca longitudinum ipsorum funiculorum, spatia temporibus genesum simplicium motuum exacta erunt in ratione duplicata elongationum.

Nã si sit põdus E ad F sicuti lõgitudo DB ad CA, & sint, *Tab. 8. Fig. 6.* crassities funiculorũ æquales erit sanè ratio, quæ cõponitur ex ratione funiculorũ, & ex ea põderum, æqualitatis; ob idque geneses simpliciũ motuũ, quarũ altitudines CE, DF habebũt amplitudines, nẽpe primas velocitates inter se ęquales (nam cum pondera erant æqualia, primæ velocitates proportionabantur longitudinibus funiculorũ, ideo, cum *28. huius.* pondera reciprocantur longitudinibus ijsdem, seu viribus funiculorum, fit vt primæ velocitates æquales reddantur) cum ergo ita sit, spatia recursuum temporibus imaginum simplicium & accelerato motu confecta erunt in ratione duplicata elongationum.

### *Corollarium.*

*Cum ex eadem pr. 28. huius, eadem ſpatia ſint vt quadrata temporum, erunt ipſa tempora in ratione ſubduplicata elongationum.*

## PROP. XXXXI THEOR. XXXIV.

*Tab. 8. Fig. 6.* SI funiculis æqualem craſſitiem habentibus fuerint ſuſpenſa inæqualia pondera, ſpatia, quæ acceleratis motibus, ac temporibus geneſum ſimplicium recurruntur nectentur ex ratione duplicata elongationum, & ex duabus reciprocè ſumptis rationibus, nempe longitudinum primarum funiculorum, antequam pondera ſuſpenderentur; & ipſorum ponderum.

In antecedenti figura illud primum ſatis patet, quòd ſi loco ponderis F ſuſpenſum fuiſſet pondus aliud grauius, aut leuius, prior velocitas in aſcenſu fili, ſeu funiculi, aut chordæ aucta, vel imminuta fuiſſet pro magnitudine ponderis ſubſtituti; quamobrem priores velocitates ex inæqualitate ponderum eidem chordæ ſuſpenſorum dependentes forent, vt ipſa pondera; verùm cum ſuppoſitis funiculis æqualia pondera ſuſpenſa veniunt, primæ velocitates ſunt *Cor. pr. 37. huius.* vt longitudines funiculorum, ergo velocitates primæ, cum inæqualia ſunt pondera, quæ ſubtrahuntur, nectentur ex ratione longitudinum funiculorum, & ex ea ponderum inæqualium: quæcumque igitur ſit tractio DF, geneſes habebimus ſimilium ſimpliciumque motuum, vnam, cuius altitudo CE, & alteram habentem altitudinem DF, & ſunt earundem geneſum amplitudines, ſeu primæ velocitates in ratione compoſita funiculorum AC ad BD, & ponderis *30. huius.* pendentis ex E ad pondus ſuſpenſum in F; ergo ſpatia acceleratis motibus tranſacta temporibus geneſum ſimpliciũ

ne-

nectentur ex ratione dublicata elongationum, siue altitudinum genesum, & ex duabus rationibus reciprocè sumptis funiculorum AC ad BD, & ponderum E ad F. Quod &c.

## PROP. XXXXII. THEOR. XXXV.

Iisdem positis, si spatia recursuum erunt ipsæ elongationes, tempora, quibus ab extremitatibus solutis recurruntur, erunt in ratione subduplicata eorundem. Nam cum geneses similium, simpliciumque motuum sint æquè amplæ, erunt, tempora in ratione subduplicata imaginum, seu spatiorum acceleratorum motuum, sunt verò spatia ipsæ elongationes; ergo &c.

## PROP. XXXXIII. THEOR. XXXVI.

Chordæ non eiusdem crassitiei, eiusdem tamen materiæ, ac longitudinis, tunc æquè trahentur vbi suspēsa pondera crassitutinibus proportionalia fuerint. Nam crassior chorda potest concipi composita ex funiculis eiusdem crassitiei alterius chordæ, si illa huius fuerit multiplex, & si partes exilior funiculus fuerit alterius crassioris, erit crassities alicuius alterius funiculi, quæ pluries accepta constituere poterit vtranque crassitiem funiculorum propositorum ( hìc enim non accidit enumerare crassities interse irrationales, quippe quia, quod de iam dictis ostenderimus, de his quoque facilè est iudicare, secùs essemus longi, quam par est, potissimùm cum hæc præter institutũ adijciantur, & quidem vt constet, quomodo methodus ista nostra facilis sit, ac vtilissima ) quapropter si cuique acceptarum æqualium chordarum, pondera æqualia suspensa sint, porrò hæc omnes æquè trahentur ab ipsis æqualibus ponderibus, & sic etiam composita, nempe chordæ pro-

positæ; suntque ita pondera in eadem ratione craſſitierum, ſicut propoſuimus; ergo patet propoſitum.

## PROP. XXXXIV. THEOR. XXXVII.

SI fuerint eiuſdem materiæ funiculi, & ſint illis ſuſpenſa pondera craſſitiebus proportionalia, ratio ſpatiorum in reditibus accelerato motu exactorum, tẽporibus ſimplicium geneſum, erit eadem ac funiculorum.

*Tab.8.fig.6.* *42.huius.*

Nam, vt in præcedenti figura, erit tractio CE ad DF ita AC ad BD, vel AE ad BF, ſunt autem primæ velocitates, ſeu amplitudines geneſum ſimplicium, ſimiliumque motuũ in ratione funiculorum, ergo decurſuum ſpatia motibus acceleratis exacta nectentur ex ratione duplicata altitudinum geneſum ſimplicium, nempe duplicata funiculorũ, & reciproca amplitudinum, ſuntque ipſæ amplitudines homologè vt longitudines funiculorum, ergo relinquitur vt ipſa ſpatia ſint in vnica ratione longitudinum funiculorum.

*Cor. pr. 37. huius.* *27. huius.*

Quòd ſi ſpatia recurſuum ponantur ipſæ tractiones, vel longitudines funiculorum, oſtendetur tempora eſſe æqualia, quemadmodum æqualia ſunt tempora ſuperius propoſita ſimplicium geneſum.

## PROP. XXXXV. THEOR. XXXVIII.

*Tab.8.fig.7.*

SI eiuſdem materiei quibuſcunque funiculis aligentur quæcunque pondera, ijs ſublatis aſcenſuum ſpatia ab extremitatibus ſolutis exacta temporibus geneſum ſimplicium, ijs nempe quæ impenderentur in motibus iuxta ſimplices geneſes, erunt in ratione compoſita quadratorum elongationum chordarum, ex ea craſſitierum, & ex duabus reciprocè ſumptis rationibus, nempe longitudinum funiculorum antequam traherentur; & ſuſpenſorum ponderum.

Funiculi AB,GH trahantur à ponderibus quibuſcunque C, I in C, et I. Dico ſi exempta ſint pondera, fore, vt ſpatia quæ acceleratis motibus exiguntur ab extremitatibus ſolutis C, I ſint in ratione compoſita ex duplicata IH ad BC, craſſitudinis ad craſſitudinem funiculorum AB, GH; deinde ex funiculi longitudine HG ad longitudinem AB, ponderiſque I ad pondus C. Intelligatur funiculus, ſeu chorda, æque craſſa, ac ſimiliter cedens, quàm GH (id quod ſemper intelligimus quoties funiculi, interſe comparantur) ſed æquè longa, ac AB, ſitque illi pondus F adiectum, ad quod C eandem habeat rationem, ac craſſities AB ad craſſitiem DE, conſtat elongationem EF æqualem fieri ipſi CB, & cum primæ velocitates, ſeu amplitudines æquè altarum geneſum ſimilium, ſimpliciumque motuum ſint etiã æquales, ſpatia decurſuum acceleratis motibus exacta erũt prorſus æqualia; ſunt verò funiculi DE, GH eiuſdem craſſitiei, eiſque ſunt ſuſpenſa duo pondera inæqualia F, I; ergo decurſuum ſpatia ab extremitatibus ſolutis exacta nectẽtur ex ratione duplicata elongationum FE, ſeu CB ad IH, ex ratione, quam habent longitudines funiculorum HG ad DE, ſeu AB, & ex ea ponderum I ad F; verùm pondera I ad F nectuntur ex rationibus ponderum I ad C et C ad F, quæ poſtrema eſt ratio craſſitiei funiculi AB ad craſſitiem funiculi DE, ſeu GH; ergo vt propoſuimus ſpatia acceleratis motibus exacta, nectentur ex rationibus quadratorũ CB ad HI; craſſitudinum funiculorum AB, GH; ponderũ I ad C, & longitudinum HG ad AB. Quod &c.

## PROP. XXXXVI. THEOR. XXXIX.

TEmpora geneſum ſimplicium, dum chordis ſuſpenduntur quæcunque grauia, nectuntur, ex ratione elongationum funiculorum, & ex contrariè ſumptis rationibus, craſſitudinum, longitudinumque funiculorum, nec

non ponderum funiculis suspensorum.

Nam Cor: 2. pr. 8. primi demonstratum est, tempora simplicium similiumque motuum componi ex ratione spatiorum, seu altitudinum genesum, & reciproca primarum velocitatum, seu amplitudinum genesum, sunt autem altitudines genesum tractiones, seu elongationes funiculorum; velocitates verò primæ nectuntur ex rationibus crassitudinum, & ex ea longitudinum funiculorum antequam traherentur (hoc enim subinde ostendemus) ergo tempora proposita simplicium genesum, dum chordis alligātur quęcunque inæqualia pondera, componentur ex rationibus elongationum funiculorum, & ex contrariè sumptis crassitudinum, longitudinumque funiculorum, & ponderum.

## *Assumptum.*

*Tab. 8. fig. 7.* VErùm primæ velocitates in ijsdem chordis componi ex ratione crassitudinum, longitudinum funiculorũ, & suspensorum ponderum, sic ostendemus,

Quoniam in eadem postrema figura velocitas, quam haberet funiculus AB ex liberatione ponderis est æqualis velocitati, quam haberet alius funiculus, vbi hic etiam liberaretur à pondere, scilicet cum pondera crassitiebus funiculorum proportionalia sunt, & ipsi funiculi æquè longi; velocitas funiculi DE à pondere F ad velocitatem eiusdẽ funiculi, si loco ponderis F substitutum esset aliud æquale ipsi I, esset vt pondus F ad substitutum, seu ad I, est autem velocitas eiusdem funiculi DE, dum fuisset pondus ei suspensum æquale I ad velocitatem funiculi GH a pondere I vt longitudo DE ad GH; ergo patet propositum.

*43. huius.*

*Ex 41. huius.*

*Scho-*

## *Scholium.*

*Quod hucuſque oſtendimus in funiculis ponderibus degrauatis, non abſimili modo præſtabimus in chordis ad vtrãque extremitatem firmatis,& adductis,hoc tantum diſcrimine, vt ſi in ijs pondere ſublato, motus extremitatis ſolutæ attendebatur, hic media parte attractã chordã, & ſubinde ſui iuris relictã, vibrationem eius obſeruamus, & equidem illa omnia in hunc finem oſtendimus, quippe ab hac re, plurimæ vtiliſſimæque veritates manere poſſunt. Nam de arcubus poſſet pulcherrima inſtitui ratio, & qui vellet armonicorum ſonorum, vel vocum per chordarum vibrationes editarum, tempora, cum ſoni ad aures perueniunt, inueſtigare, reor non aliam viam, quàm hanc ingredi nos debere, atque indè conſonantiarum fortaſſe naturam percipere poſſe, vt primus annuit Gallileus quamquam vibrationes tenſarum chordarum differãt ab ijs pendulorum.*

F I N I S.

# SPIEGATIONE
## di vna nuoua ſpecie di Baleſtra.

Tab.9.

IN queſta figura ſi eſprime vna nuoua inuẽtione di Baleſtra, la quale, maſſimamente in grande, per tirar granate, ò ſaſſi può eſſere di gran conſeguenze nella militare, come dimoſtreraſſi.

Dalle ſue parti ſi verrà in cognitione del modo di fabbricarla, e ſono le ſeguenti.

AM, MN ſono amendue le braccia. Il punto M è il centro della machina. Per la cauità M deue paſſar la palla ſcagliata dalla corda; e per di ſotto M ſi ferma & incaſtra nel manico, al modo delle baleſtre communi. Ai due capi, ò ſiano eſtremità A, N ſi annette la fune. I punti A, E, F, G, I, K ſono in vna linea retta. Gl' interualli AE, EF, FG, GI, IK, ſono, benche non di neceſſità, eguali. Le altezze, ò commeſſure KL, IH, GD, FC, EB perpendiculari, nell' incuruarſi dell' arco, ſi aprono intorno a' centri K, I, G, F, E. Donde ne ſiegue, che prendendo la corda dal ſuo mezzo, e tirandola verſo O; amendue le braccia ſi aprono nelle predette commeſſure, come compare nell' vno d'eſſi ſegnato a punti con le lettere corriſpondenti. Ciaſcuna delle predette commeſſure viene ſtrettamente rinſerrata da vna molla, come ſi vede in L, H, D, C, B; e queſte molle, quanto più ſi auuicinano al centro M, deuono eſſere più grandi e più maſſiccie, in modo che, per cagione della grãdezza opportuna, vengano ad aprirſi con egual facilità dell'altre, e per cagione della groſſezza, habbiano nel ſerrarſi maggior forza, ò ſia momento, per la ragione, che ſotto ſi dirà.

Ciò preſuppoſto, è facil coſa dimoſtrare i vantaggi di que-

questa machina sopra le ordinarie.

Primieramente nel triangolo ALK, essendo le altezze EB, FC, GD, IH, KL perpendicolari, e perciò paralelle; ne siegue che le proportioni di AE ad EB, di AF ad FC, di AG a GD, di AI ad IH, di AK a KL sieno tutte eguali; e douendo essere parimente eguali le resistenze delle molle in B, C, D, H, L, che si suppongono di egual neruo nell' aprirsi; ne siegue (secondo i principij della Meccanica) che attraendosi con la fune l'estremità A, nel medesimo tempo e con la medesima facilità vinceraſsi l'equilibrio di tutte le molle; la resistenza delle quali si considera in ragione di peso, si come le linee AE, EB; AF, FC; AG, GD; &c. si considerano come vetti, ò lieue, che hanno i loro ippomoclij, ò siano centri in E, F, G, I, K, e la potenza in A, la quale è comune a tutte.

In secondo luogo, hauendo il braccio AE al braccio EB (il simile dicasi degli altri) hauendo, dico, gran proportione, resterà molto ageuolato il moto.

Terzo essendo molte le molle, e aprendosi tutte, ne deue seguire vn notabile incuruamento d'amendue le braccia; onde lasciando l'arco in libertà, e chiudendosi tutte le sudet te molle nel medesimo tempo, cioè quasi in vn'attimo; dourà la corda, che era tirata verso O, passare quasi in istāte verso M; il che non potendosi fare se non con somma velocità, per la grandezza dello spatio; e a questa corrispondendo la forza, ne seguirà vn colpo molto considerabile, e vantaggioso, come ciascuno può arguire.

Restano hora a sciorsi alcune difficoltà. La prima è, che, quantunque sia vero, che quella forza bastante in A per vincer l'equilibrio della molla B, quella medesima altresi sia sufficiente a vincer l' equilibrio di tutte l'altre, per essere eguali le proportioni delle vetti; ciò non ostante, cōsiderandosi il braccio incuruato, come si vede nell' arco KLA segnato a punti, le proportioni riescono alterate; do-

uendosi prendere per le lunghezze delle vetti sudette, non più le lunghezze di prima, ma bensì le applicate di detto arco, cioe af, ag, ai, ak; delle quali aK, e l' altre a lei più vicine si abbreuiano molto più quando l' arco è incuruato, che quando non è: Onde per tal ragione dourebbero le parti più vicine al centro M aprirsi meno dell'altre più vicine alle estremità. A ciò si risponde, che per esser la corda a o più obliqua alla lunghezza a e di quel che sia all' altre più vicine al centro M, quindi ne siegue, che per quel' altra cagione s' aprono più ageuolmente le parti vicine al centro; onde, temperata vna ragione con l' altra (quando l' arco non sia estremamente incuruato) si conseguisce vno stato d'apertura opportuna.

La seconda difficoltà è che ciascuna molla nel suo restringersi, par che cagioni qualche effetto contrario all'intento. Imperoche, per esempio, nella molla B il mezzo anello, che risguarda l'estremità A, nello stringersi fà bensi il suo douere, perche il suo moto è verso il centro M; ma l' altra metà, che risguarda il sudetto centro M, nello stringersi, hauendo il suo moto verso A, si oppone al chiudimento della molla seguente C; e il simile dicasi dell' altre. A ciò si è posto rimedio col far più grandi, e più massiccie le molle più vicine al centro M, accrescendole, e ingrossandole di mano in mano opportunamente. Quindi ne segue che per la maggior grandezza cõsentono egualmente all' aprirsi con facilità; ma all' incontro nel serrarsi, per essere più massiccie, e di maggior corpo, vengono ad hauere maggior momento delle men corpulenti, superando con ciò non solo il detto moto opposto, ma etiandio imprimendo maggior moto al ferro dell'arco, con cui si accomuna il moto.

Auuertasi, che quanto saranno di maggior numero le cõmesture, le molle di maggior peso, e l'arco più pouero di corpo, tanto riuscirà il colpo a dismisura maggiore, per l' in-

incuruamento notabile delle braccia, e per il maggior momento delle molle; e ciò con adoperare la medesima forza.

Auuertasi parimente, che il braccio AE, è il suo corrispondente deuono essere alquanto più corti, cioè A vna delle estremità dell'arco deue essere più verso il centro di quel che sia il concorso delle linee LB,KE, come pure dall' altra parte; perche si vede che aprendosi meno le parti vicine ad A, l'altre molle fanno miglior effetto.

Finalmente la sperienza ha mostrato, che essendosi lauorata vna tal machina con pochissimi nodi, ageuolissima ad aprirsi, e senza hauer ingrandite e ingrossate le molle, che più si vanno auuicinando al centro M, come si è detto; con tutto ciò l' ordigno è riuscito di forza molto superiore a vna balestra grande, e difficilissima a inarcarsi. Onde non dubito, che, facendosi con tutte le regole accennate, non debba riuscire vna machina di effetto marauiglioso aggiungendo che per tirar granate dourebbero i bracci esser di legno, armati di ferro sol doue si richiede.

# Nouum genus Baliſtæ Explicatio.

Tab. 9. IN hac figura exprimitur nouum genus Baliſtæ, quæ machina præſertim in mole maiori, non parum vtilitatis afferre poteſt rei militari ad eiaculanda miſſilia, vt demonſtrabitur. Ex eius verò partibus, quas ſubinde recenſeo, etiam modus ſtructuræ apparebit.

AM, MX ſunt brachia. Punctum M centrum machinæ. Per cauitatem M tranſit telum emiſſum. Infra M inſeritur manubrium, vt in baliſtis vulgaribus. Extremis capitibus A, N adnectitur funis. Puncta A, E, F, G, I, K ſunt in linea recta. Interualla AE, EF, FG, GI, IK ſunt (licèt non neceſſariò) æqualia. Altitudinis, ſeu commiſſuræ KL, IH, GD, FC, EB ſunt perpendiculares rectæ occultæ KA. Singulæ autem, dum curuatur arcus, aperiuntur cerca centra K, I, G, F, E. Hinc ſequitur vt funis ex medio dum attrahitur in O, aperiantur prædictæ commiſſuræ, ſeu nodi, & curuentur vtraque brachia, vt in eorum altero apparet punctis notato. Quilibet ex his nodis arctiſſimè ſtringitur supernè, a ſuo elaterio, vt videre eſt in L, H, D, C, B. Elateria autem quò propinquiora centro M tanto maiora, & craſſiora debent eſſe remotioribus: Hinc fit vt, propter molem opportunè auctam, æquè facilè aperiantur, ac cætera; & vice verſa, propter craſſitiem maiorem, ſibi relicta validiùs reſtringantur. Cuius rei paulo infra rationem dabimus.

His poſitis facile eſt oſtendere, quantum præſtet huiuſcemodi machina vulgaribus & communibus baliſtis.

Primùm, in Triangulo ALK cùm altitudines EB, FC, GD, IH, KL ſint perpendiculares, ideoque parallelæ, hinc fit

fit vt rationes AE ad EB, AF ad FC, AG ad GD, AI ad IH, AK ad KL ſint æquales. Sunt pariter æquales reſiſtentiæ elateriorum in B, C, D, H, L ( poſuimus enim elateria ita opportunè aucta vt æquè facile ſingula aperiantur ) ergo ( ex primis principijs mecanicorum )dum attrahuntur fune extrema capita A, N, eodem tempore, eademque facilitate vincetur æquilibrium omnium elateriorum, quorum reſiſtentia in ſingulis conſideratur in ratione ponderis, quemadmodum lineæ AE, EB; AF, FC; AG, GD &c. conſiderantur vt vectes, quorum hippomoclia ſeu cẽtra ſunt in E, F, G, I, K, potentia autem conſideratur in A communis omnibus.

Seundò, cùm AE ad EB ( idem die de cæteris ) habeant magnam proportionem, facilè aperientur nodi, & curuabitur arcus; quantumuis augeatur numerus nodorum.

Tertiò Cum ſint plures nodi, atque omnes aperiantur, neceſſe eſt vt brachia arcus valdè incuruentur; quamobrẽ ſi idem arcus ſibi relinquatur, prædicti nodi omnes, vi elateriorum, ictu oculi claudentur; eodemque puncto temporis corda ex O percurret totum ſpatium vſque ad M: Quòd cùm fieri nequeat niſi ſumma velocitate, propter magnitudinem prædicti ſpatij, & velocitati reſpondent vis, atque impetus, neceſſe eſt vt hinc ſequatur ictus valde notabilis, vt facilè eſt vnicuique conijcere.

Superſunt nunc difficultates nonnullæ ſoluendæ. Prima eſt, quòd licèt vis ſufficiens in A ad vincendum æquilibriũ elaterij B, illa eadem quoque ſufficiat ad vincendum æquilibrium cœterorum, propter æquales proportiones vectiũ; his tamen non obſtantibus, ſi conſideretur brachium iam incuruatum, vt apparet in KLA punctis notato, proportiones illæ cernuntur notabiliter variatæ. Neque enim pro longitudinibus vectium ſumi poſſunt longitudines priores, ſed loco ipſarum accipiendæ ſunt applicatæ arcus, videlicet af, ag, ai, ak quarum ak, eidemque propinquiores, quã-

do

do arcus incuruatur, breuiores fiunt, quàm essent antea.
Respondeo, quòd corda ao cùm sit obliquior respectu longitudinis ae, quàm respectu cæterarum centro propinquiorum, hinc fit vt, quantùm est ex hac ratione, faciliùs aperiantur partes propinquiores centro; quamobrem, vtraque ratione inuicem temperata, (dummodo arcus non sit summè incuruatus) omnes partes aperientur, quantum satis est ad intentum.

Altera difficultas est, quod elaterium quodlibet dum restringitur videtur obstare motui elaterij sequentis. Nam, exempli gratia, in elaterio B semiannulus respiciens extremum A, dum stringitur, optimè præstat suum effectum, cū eius motus sit versùs centrum M. At è contrario reliqua pars, seu semiannulus respiciens prædictum centrum M, cū habeat suum motum versus A videtur obstare, quo minus liberè claudatur sequens elaterium C. Aque idem de cæteris dicendum. Huic incommodo consultum est augendo magnitudinem, & crassitiem elateriorum, quò magis accedunt ad centrum M. Hinc enim sequitur vt propter magnitudinem facilè consentiant arcui, dum incuruatur; at dum idem arcus liberè sibi relinquitur, cum sint corpulentiora & crassiora habent maius momentum, quàm cætera graciliora, ideoque non modo vincunt motum illum oppositum, sed etiam imprimunt maiorem motum ferro arcus, cui ille motus communicatur.

Aduerte quod commissuræ seu nodi, quò plures fuerint, elateria autem maioris ponderis, arcus denique corporis gracilioris equæ expeditioris, tanto ictus longat præstantior sequetur, tum propter notabilem curuaturam brachiorum, tum propter momentum maius elateriorum, & quidē posita eadem potentia, aut etiam minori, pro vt longitudines vectium statuuntur.

Aduerte etiam, longitudinem brachij AE, eiusdemque correspondentis debere cæteris paribus nonnihil imminui,

quod

quod fiet ſi A, alterum extremum arcus, ſit propriùs centro M, quàm ſit concurſus linearum LB, KE. Idem dicendum de altero extremo N. Nam cùm minus aperiantur partes propinquiores puncto A, cætera elateria, vt compertum eſt, meliorem effectum præſtant.

Fauet denique experientia. Nam huiuſcemodi machina pauciſſimis nodis conſtructa, facillimæ curuaturæ, cum elaterijs eiuſdem prorſus molis & craſſitudinis; nihilominus longè ſuperauit vim baliſtæ communis maximæ, & difficillimæ flexionis. Quamobrem non dubito quin, ſi præcepta ſuperiùs data exactè ſeruentur, elaborari poſſit machina miræ vtilitatis. Adde poſtremo ad iacienda quædã miſſilia, vt eſt genus quoddam bolidum, vulgo *granate*, opportuniora eſſe brachia lignea, tantummodo, vbi neceſſitas poſtulat, armata ferro.

*F I N I S.*

*Vid. D. Bernardus Marchellus Rector Pœnitent. in Metropol. Bonon. pro Illustriss. & Reverendiss. Domino D. Iacobo Boncompagno Archiepiscopo, & Principe.*

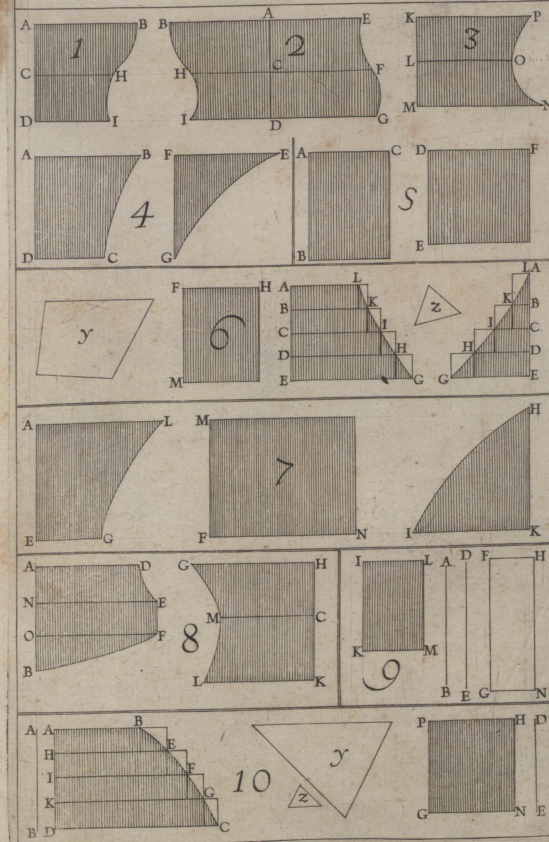
*Vid. Siluester Bonfiliolus Inquisitionis reuisor, & imprimi posse censuit.*

*Stante attestatione.*

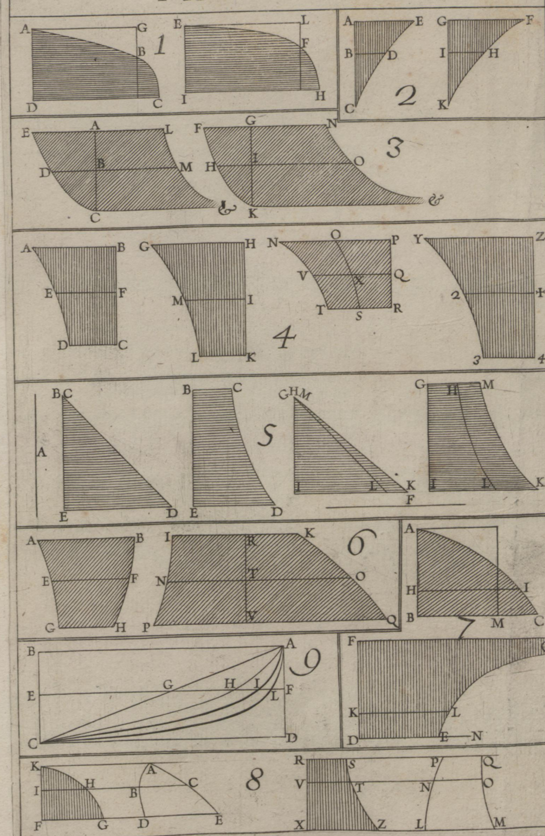
*Imprimatur.*

*F. Ioseph Maria Agudius Vicarius Sancti Officij Bononiæ.*

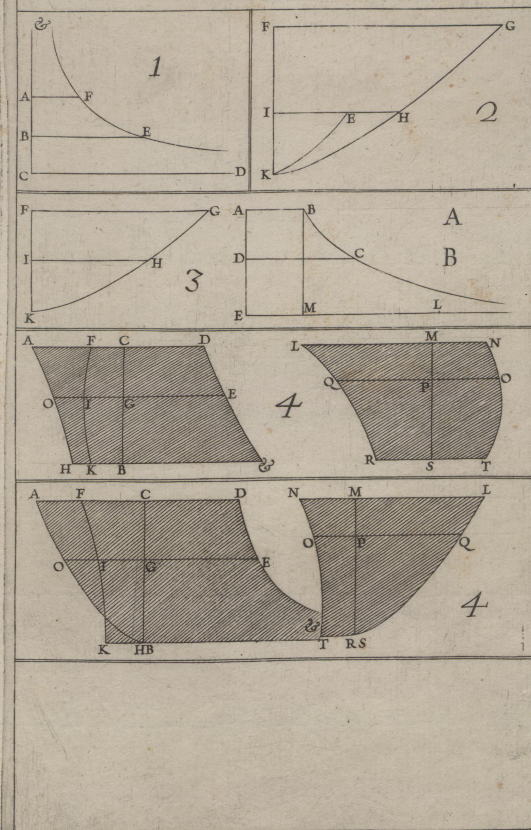
# TABVLA I.



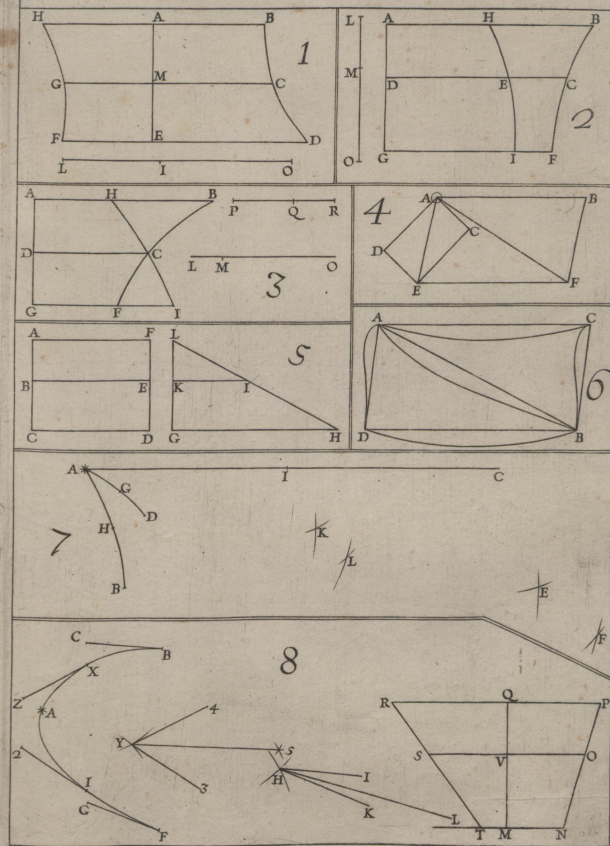
# TABVLA II.



# TABVLA III.

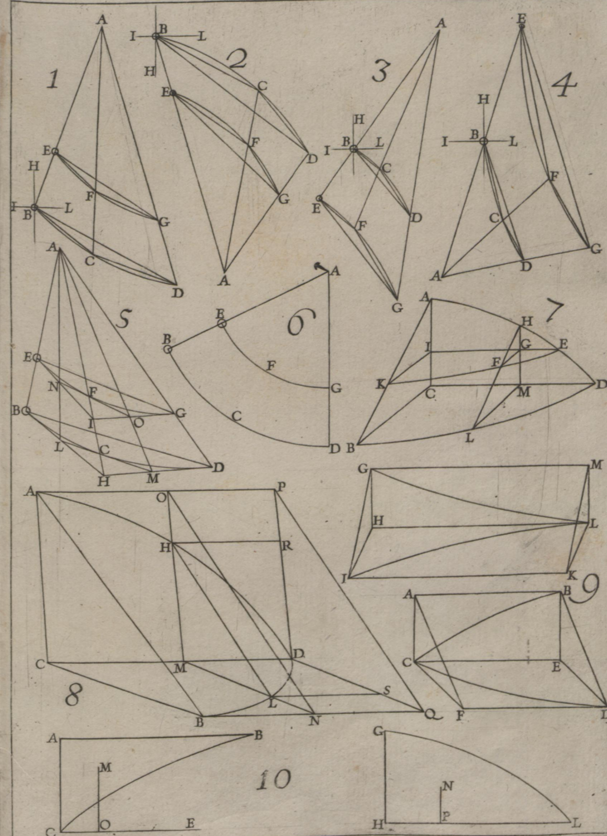


# TABVLA IV.

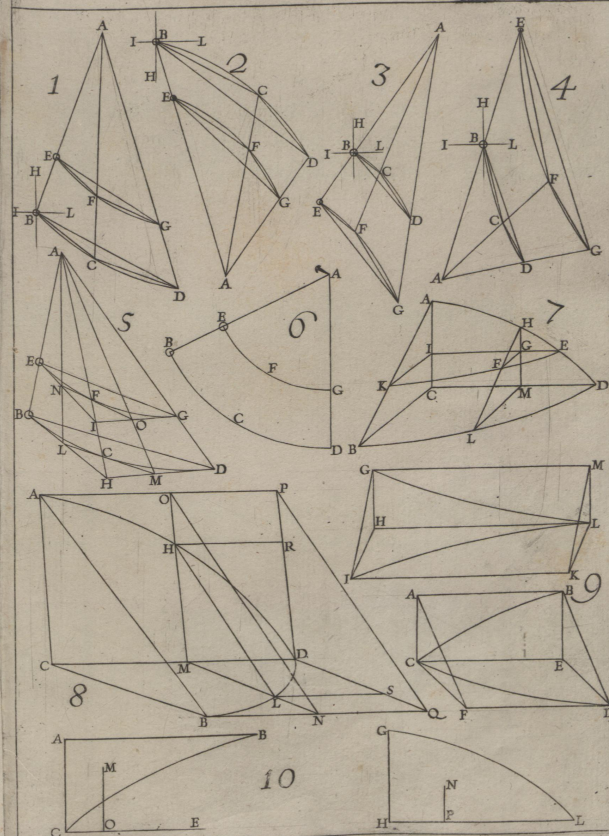


1
H A B
G M C
F E D
L I O
2
L A H B
M D E C
O G I F
3
A H B
P Q R
D C
L M O
G F I
4
A B
C
D
E F
5
A F
B E
C D
L
K I
G H
6
A C
D B
7
A I C
G
D
H
K
L
B
E
F
8
C B
X
Z A
4
Y 5
2
3
I
H
G
K
F
R Q P
S V O
L
T M N

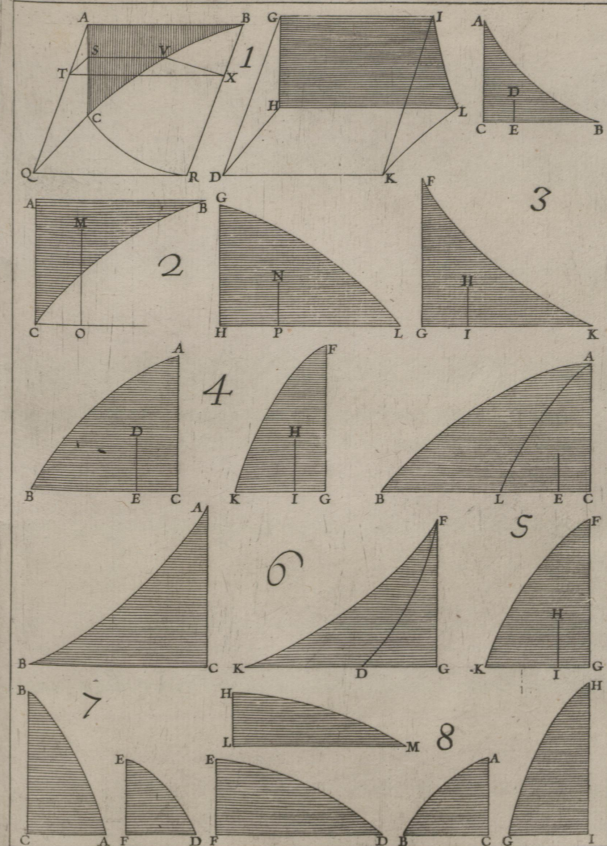
# TABULA VI.



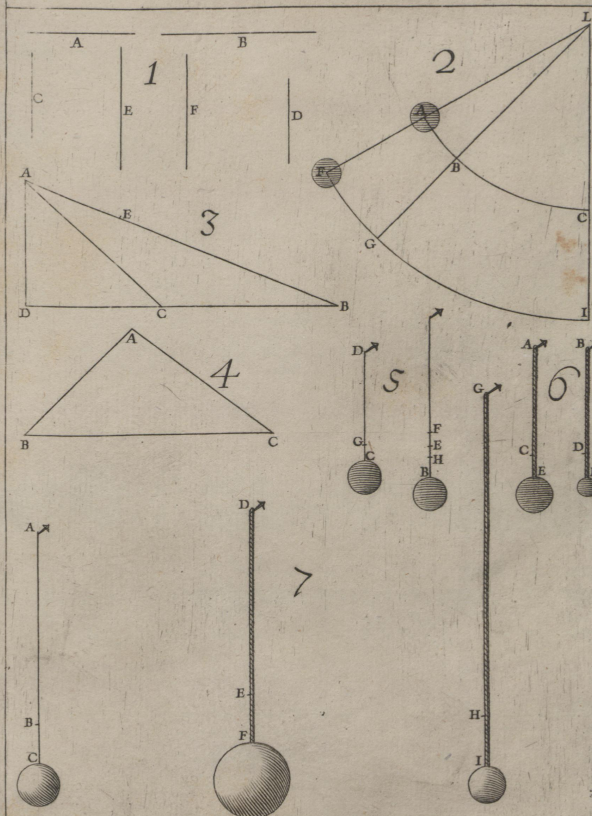
TABVLA VI.

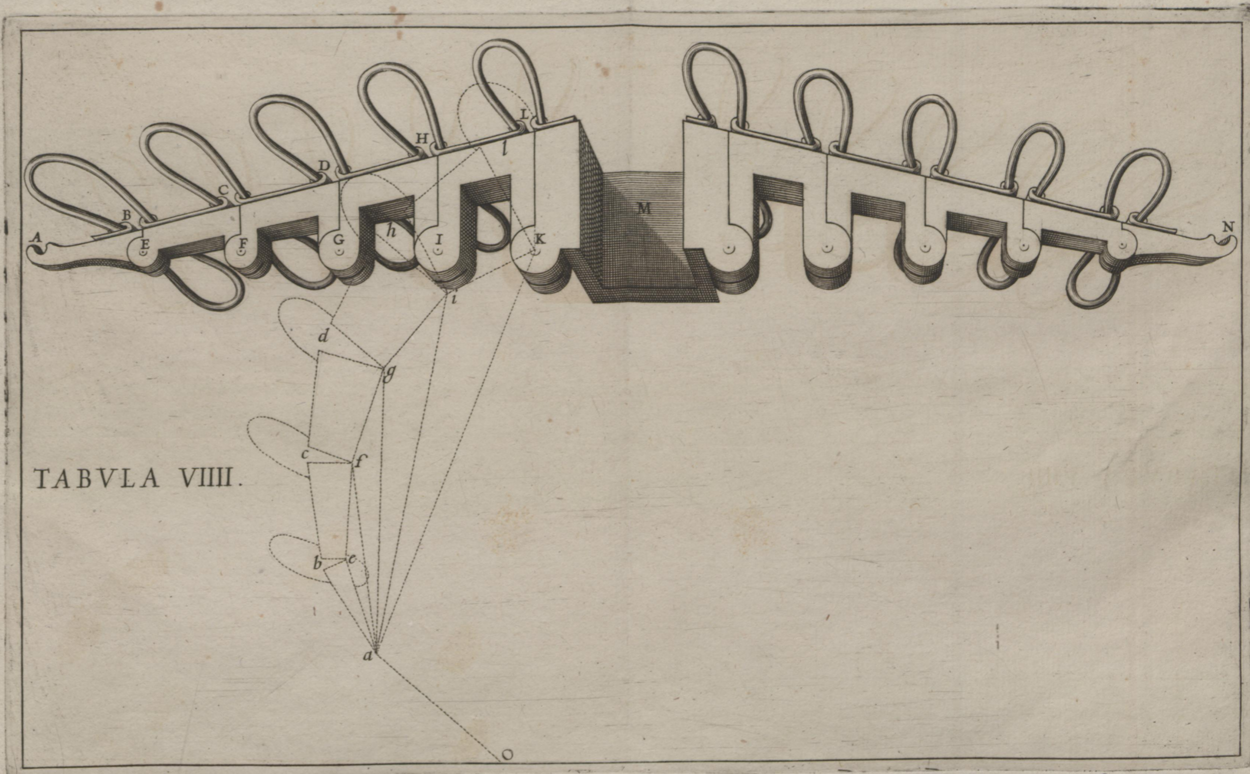


TABVLA VII.



TABVLA VIII.


A
B
C
E
F
D
1
2
L
A
F
B
C
G
I
A
E
3
D
C
B
A
4
B
C
D
5
G
C
F
E
H
B
G
A
B
6
C
E
D
F
A
B
C
D
7
E
F
H
I




TABVLA VIIII.

005644606